Reg. No. : ....

Code No. : 21107 **Sub. Code : JMMA 11/ JMMC 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2016.

First Semester

Mathematics — Main

CALCULUS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. வளைவு ஆரம் ρ =

(அ) $\dfrac{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}{d^2y/dx^2}$

(ஆ) $\dfrac{\left(1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{d^2y/dx^2}$

(இ) $\dfrac{\left(1+\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2}}{dy/dx}$

(ஈ) $\dfrac{\left[\left(1+\dfrac{dy}{dx}\right)\right]^{3/2}}{d^2y/dx^2}$

(ஆ) மதிப்பிடுக :

(i) $\int_0^{\pi/2} \sin^7\theta \cos^5\theta \, d\theta$.

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta$.

Evaluate

(i) $\int_0^{\pi/2} \sin^7\theta \cos^5\theta \, d\theta$.

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan\theta}\, d\theta$.

———————

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

Radius of curvature $\rho =$

(a) $\dfrac{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}{d^2y/dx^2}$ (b) $\dfrac{\left(1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{d^2y/dx^2}$

(c) $\dfrac{\left(1+\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2}}{dy/dx}$ (d) $\dfrac{\left[\left(1+\dfrac{dy}{dx}\right)\right]^{3/2}}{d^2y/dx^2}$

2. ஒரு வளைவு வரையின் வளைவுமையத்தின் x–அச்சு தொலைவு

(அ) $x-\dfrac{y_1\left(1+y_1^2\right)}{y_2}$ (ஆ) $\dfrac{x-y_1\left(1+y_1^2\right)}{y_2}$

(இ) $x-\dfrac{1+y_1^2}{y_2}$ (ஈ) $x+\dfrac{y_1\left(1+y_1^2\right)}{y_2}$

The x-co ordinate of the centre of curvature of a curve is

(a) $x-\dfrac{y_1\left(1+y_1^2\right)}{y_2}$ (b) $\dfrac{x-y_1\left(1+y_1^2\right)}{y_2}$

(c) $x-\dfrac{1+y_1^2}{y_2}$ (d) $x+\dfrac{y_1\left(1+y_1^2\right)}{y_2}$

3. ஒரு வளைவரையின் இரு கிளைகள் ஒரு புள்ளி வழியே சென்றால் அந்த புள்ளி ———— புள்ளி ஆகும்.

(அ) தனித்த (ஆ) கணுப்

(இ) இரட்டைப் (ஈ) முகடு

If two branches of a curve pass through a point, then it is called a ———— point.

(a) singular (b) node

(c) double (d) cusp

4. ஓர் இரட்டைப்புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடுகள் கற்பனையானவை எனில் அப்புள்ளி ———— புள்ளி எனப்படும்.

(அ) கணுப்

(ஆ) முகடு

(இ) இணைப்

(ஈ) கற்பனைப்

If the tangent drawn at a double point are imaginary, then the point is called a ———— point.

(a) node

(b) cusp

(c) conjugate

(d) imaginary

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

5. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையம் ________ யைப் பெறுத்து சமச்சீரானது.

(அ) x – அச்சு

(ஆ) y – அச்சு

(இ) (அ) மற்றும் (ஆ)

(ஈ) (அ) ம் அல்ல (ஆ) ம் ஆல்ல

The parabola $y^2 = 4ax$ is symmetric with respect to ________.

(a) x - axis

(b) y -axis

(c) both (a) and (b)

(d) neither (a) nor (b)

6. $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடு

(அ) $y = 1$ (ஆ) $y = -1$

(இ) $x = 1$ (ஈ) $x = -1$

An asymptote of the curve $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ is

(a) $y = 1$ (b) $y = -1$

(c) $x = 1$ (d) $x = -1$

7. $\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx =$

(அ) $\frac{47}{30}$ (ஆ) $\frac{30}{47}$

(இ) $\frac{47x}{30}$ (ஈ) $\frac{30x}{47}$

$\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx =$

(a) $\frac{47}{30}$ (b) $\frac{30}{47}$

(c) $\frac{47x}{30}$ (d) $\frac{30x}{47}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

8. $\int_0^a f(x)dx =$ ____________.

(அ) $\int_a^0 f(x)dx$

(ஆ) $\int_0^a f(a-x)dx$

(இ) $\int_0^a f(x-a)dx$

(ஈ) $\int_0^a f(a)dx$

$\int_0^a f(x)dx =$ ____________.

(a) $\int_a^0 f(x)dx$

(b) $\int_0^a f(a-x)dx$

(c) $\int_0^a f(x-a)dx$

(d) $\int_0^a f(a)dx$

9. $\Gamma(1/2) =$ ____________.

(அ) π

(ஆ) $\sqrt{\pi}$

(இ) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(ஈ) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

$\Gamma(1/2) =$ ____________.

(a) π

(b) $\sqrt{\pi}$

(c) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(d) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

10. $\int_0^\infty e^{-x^3} dx =$

(அ) $\Gamma(1/3)$

(ஆ) $\Gamma(2/3)$

(இ) $\Gamma(4/3)$

(ஈ) $\Gamma(3)$

$\int_0^\infty e^{-x^3} dx =$

(a) $\Gamma(1/3)$

(b) $\Gamma(2/3)$

(c) $\Gamma(4/3)$

(d) $\Gamma(3)$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $y = c\cosh x/c$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம், அந்த வளைவரைக்கும் x – அச்சுக்கும் இடைப்பட்ட செங்குத்து கோட்டின் நீளத்திற்கு சமம் எனக் காட்டுக.

Show the radius of curvature of the curve $y = c\cosh x/c$ is equal to the length of the portion of the normal intercepted between the curve and the x – axis.

Or

(ஆ) $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$ என்ற பரவளையத்தின் p-r சமன்பாடு காண்.

Find the p-r equation of the parabola $\frac{2a}{r} = 1 - \cos\theta$.

12. (அ) $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்.

Find the asymptotes of the curve $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 - 2ax^2y - axy^2 + a^2y^2 = 0$ என்ற வளைவரையில் ஆதியில் இரண்டாம் வகையான ஒற்றை முகடு இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that at the origin there is a single cusp of the second species on the curve $x^4 - 2ax^2y - axy^2 + a^2y^2 = 0$.

13. (அ) $r = a\sin 4\theta$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $r = a\sin 4\theta$.

Or

(ஆ) $y^2 = x^2\left(\frac{a+x}{b-x}\right)$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $y^2 = x^2\left(\frac{a+x}{b-x}\right)$.

14. (அ) $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan\theta)d\theta = \frac{\pi}{8}\log 2$ எனக் காட்டுக.

Show that $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan\theta)d\theta = \frac{\pi}{8}\log 2$.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) $I_n = \int \cos^n x dx$ எனில்

$nI_n = \cos^{n-1} x \sin x + (n-1) I_{n-2}$ என நிரூபி.

If $I_n = \int \cos^n x dx$, then prove that $nI_n = \cos^{n-1} x \sin x + (n-1) I_{n-2}$.

15. (அ) மதிப்பு காண்

(i) $\int_0^1 x^7 (1-x)^8 dx$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sin^5 \theta \cos^2 \theta \, d\theta$.

Evaluate

(i) $\int_0^1 x^7 (1-x)^8 dx$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sin^5 \theta \cos^2 \theta \, d\theta$.

Or

(ஆ) கணக்கிடுக : $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x}\right)^n dx$.

Evaluate $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x}\right)^n dx$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் செங்குத்து வளைவரை காண்.

Find the evolute of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Or

(ஆ) $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற சுற்று வளையின் வளைவு ஆரம் காண்.

Find the radius of curvature of the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

17. (அ) $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$ என்ற வளைவரையின் ஒருமைப் புள்ளிகளை ஆராய்க.

Examine the nature of singular points on the curve $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$.

Or

(ஆ) $(x-y)^2(x-2y)(x-3y) - 2a(x^3-y^3) - 2a^2(x+y)(x-2y) = 0$ ன் தொலைத் தொடு கோடுகள் காண்.

Find the asymptotes of $(x-y)^2(x-2y)(x-3y) - 2a(x^3-y^3) - 2a^2(x+y)(x-2y) = 0$.

18. (அ) $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $y = (x-1)(x-2)(x-3)$.

Or

(ஆ) $x^3 + y^3 = 3axy$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

19. (அ) $\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy\,dy\,dx$ என்ற தொகையீட்டில் தொகையீடலின் வரிசையை மாற்றி மதிப்பு காண்க.

Change the order of integration in the integral $\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy\,dy\,dx$ and evaluate it.

Or

(ஆ) மதிப்பிடுக : $\int_0^{\pi/2} \log \sin x\,dx$.

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \log \sin x\,dx$.

20. (அ) நிரூபி : $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

Prove : $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam