

(ஆ) பீட்டா மற்றும் காமா சார்புகளுக்கு இடையேயான
தொடர்பைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove a relation between Beta and
Gamma functions.

Reg. No. :

Code No. : 20820

Sub. Code : GMMA 11/
GMMC 11

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2014.

First Semester

Mathematics — Main

(Also Common to Maths with Computer Application
Main)

CALCULUS

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $y = f(x)$ என்ற வளைவரையில் (x, y) என்ற புள்ளியில்
தொடுகோட்டின் சாய்வு

(அ) $\frac{dx}{dy}$

(ஆ) $\frac{dy}{dx}$

(இ) $\frac{d^2y}{dx^2}$

(ஈ) $\frac{d^3y}{dx^3}$



The slope of the tangent at (x, y) to the curve $y = f(x)$ is

- (a) $\frac{dx}{dy}$ (b) $\frac{dy}{dx}$
 (c) $\frac{d^2y}{dx^2}$ (d) $\frac{d^3y}{dx^3}$

2. $\frac{1}{r} = A\theta + B$ என்ற வளைவரைக்கு, போலார் துணைத் தொடுகோடு என்பது _____.

- (அ) மாறிலி (ஆ) $2r$
 (இ) θ (ஈ) 2θ

For the curve $\frac{1}{r} = A\theta + B$, the polar subtangent is _____.

- (a) constant (b) $2r$
 (c) θ (d) 2θ

$(x - a)^2 + y^2 = 2a$ என்ற வட்டக் குடும்பத்தின் மூடுவளை

- (அ) $y^2 = x + 1$ (ஆ) $y^2 = x$
 (இ) $y^2 = 2x + 1$ (ஈ) $y = x$

The envelope of the family of circles $(x - a)^2 + y^2 = 2a$ is

- (a) $y^2 = x + 1$ (b) $y^2 = x$
 (c) $y^2 = 2x + 1$ (d) $y = x$

4. சரியான விடையை தேர்ந்தெடு : ஒரு வளைவரைக்கு

- (அ) ஒரு வெளிச்சுருள்வரை மற்றும் முடிவில்லாத உள்சுருள்வரை இருக்கும்
 (ஆ) முடிவில்லாத வெளிச்சுருள்வரை மற்றும் ஒரு உள்சுருள்வரை இருக்கும்
 (இ) ஒரு வெளிச்சுருள்வரை மற்றும் ஒரு உள்சுருள்வரை இருக்கும்
 (ஈ) மேற்கண்டவற்றில் எதுவும் இல்லை

Choose the correct answer : For a curve, there is

- (a) one evolute and an infinite number of involutes
 (b) an infinite number of evolutes and one involute
 (c) one evolute and one involute
 (d) none of the above

5. ஒரு இருதய வளையின் $p - r$ சமன்பாடு

- (அ) $p^2 = r$ (ஆ) $p = r$
 (இ) $p = r^2$ (ஈ) $p^2 = \frac{r^3}{2a}$



The $p-r$ equation of the cardioid is

- (a) $p^2 = r$ (b) $p = r$
 (c) $p = r^2$ (d) $p^2 = \frac{r^3}{2a}$

6. $x^3 + y^3 = 3axy$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோட்டுத் திசை

- (அ) $x - y = 0$ (ஆ) $x + y = 0$
 (இ) $x = y^2$ (ஈ) $x^2 = y$

The asymptotic direction of the curve $x^3 + y^3 = 3axy$ is

- (a) $x - y = 0$ (b) $x + y = 0$
 (c) $x = y^2$ (d) $x^2 = y$

7. a -க்கும் b -க்கும் இடையில் $y = f_1(x)$ மற்றும் $y = f_2(x)$ என்ற வளைவரைகளால் அடைபட்ட பகுதியில் $f(x, y)$ என்ற சார்பின் தொகையீடு கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்படுகிறது

- (அ) $\int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \int_a^b f'(x, y) dy dx$ (ஆ) $\int_a^b \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x, y) dx dy$
 (இ) $\int_a^b \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f'(x, y) dy dx$ (ஈ) $\int_a^b \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x, y) dy dx$

The integral of $f(x, y)$ over the region bounded by the two curves $y = f_1(x)$ and $y = f_2(x)$ for the values of x between a and b is given by

- (a) $\int_{f_1(x)}^{f_2(x)} \int_a^b f'(x, y) dy dx$ (b) $\int_a^b \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x, y) dx dy$
 (c) $\int_a^b \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f'(x, y) dy dx$ (d) $\int_a^b \int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x, y) dy dx$

8. ஒரு முத்தொகையீட்டில், y ஐப் பொறுத்து தொகையீடு செய்யும்போது கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது சரி?

- (அ) x மற்றும் z என்பன மாறிலிகள்
 (ஆ) z என்பது மாறிலி
 (இ) y மற்றும் z என்பன மாறிலிகள்
 (ஈ) y என்பது மாறிலி

In a triple integral, when integrating with respect to y , which one of the following is true

- (a) x and z are constants
 (b) z is a constant
 (c) y and z are constants
 (d) y is a constant



9. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ என்ற தொகையீடு குவியும் புள்ளி

- (அ) 2 (ஆ) -2
(இ) 1 (ஈ) -1

$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ converges to

- (a) 2 (b) -2
(c) 1 (d) -1

10. $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$ -ன் மதிப்பு

- (அ) 1 (ஆ) 2
(இ) 0 (ஈ) 3

The value of the integral $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$ is

- (a) 1 (b) 2
(c) 0 (d) 3

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ஆர வெக்டர் $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ என்ற வளைவரையை வெட்டும் புள்ளியில் கோணத்தைக் காண்க.

Find the angle at which the radius vector cuts the curve $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

Or

(ஆ) $y = x^3 - 12x + 18$ என்ற வளைவரையின் மேல் எந்த புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு x - அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும்?

At which point on the curve $y = x^3 - 12x + 18$, the tangent will be parallel to the x - axis?

12. (அ) $xy = 2$ என்ற வளைவரைக்கு (2,1) என்னும் புள்ளியில் வளைவு மையத்தைக் காண்க

Find the co-ordinates of the centre of curvature of the curve $xy = 2$ at the point (2,1).

Or

(ஆ) $r = a(1 - \cos \theta)$ என்ற இருதய வளையின் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature of the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$.

13. (அ) $r^n = a^n \sin n\theta$ என்ற வளைவரைக்கு (r, θ) எனும் புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature at (r, θ) on the curve $r^n = a^n \sin n\theta$.

Or



(ஆ) $r^2 = a^2 \sin 2\theta$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature of the curve $r^2 = a^2 \sin 2\theta$.

14. (அ) $r = a \cos \theta$ என்ற வட்டத்தின் பரப்பில் $\iint r^3 \sin^2 \theta dr d\theta$ என்பதைக் கணக்கிடுக.

Evaluate $\iint r^3 \sin^2 \theta dr d\theta$ over the area of the circle $r = a \cos \theta$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தில் $\iiint (x + y + a) dx dy$ என்பதின் மதிப்பு πa^3 எனக் காட்டுக.

Show that $\iiint (x + y + a) dx dy$ taken over the circle $x^2 + y^2 = a^2$ is πa^3 .

15. (அ) கணக்கிடுக $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x} \right)^n dx$.

Evaluate $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x} \right)^n dx$.

Or

Page 8 Code No. : 20820

(ஆ) கணக்கிடுக $\int_0^\infty e^{-x^4} dx$.

Evaluate $\int_0^\infty e^{-x^4} dx$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $y = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 10x + 5$ என்ற வளைவரையில் $y = 2x$ என்ற கோட்டிற்கு தொடுகோடுகள் இணையாக வருமாறு உள்ள புள்ளிகளைக் காண்க. இவற்றில் இரண்டு புள்ளிகள் ஒரே தொடுகோடு பெறும் என நிறுவுக.

Find the points in the curve $y = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 10x + 5$ where the tangents are parallel to $y = 2x$ and prove that two of these points have the same tangent.

Or

(ஆ) ஆதியிலிருந்து $y = 4x^3 - 2x^5$ என்ற வளைவரைக்கு வரையப்பட்ட தொடுகோடுகளின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equations of the tangents drawn from the origin to the curve $y = 4x^3 - 2x^5$.

Page 9 Code No. : 20820



17. (அ) $a^2 + b^2 = c^2$, c -மாறிலி என்பதை துணைச் சமன்பாடாகக் கொண்ட $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ என்ற கோடுகளின் மூடுவளை காண்க.

Find the envelope of the straight lines $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ where the parameters are related by the equation $a^2 + b^2 = c^2$ where c is a constant.

Or

- (ஆ) வளைவரை ஆரம் காண்பதற்கான கார்ட்டீசியன் சூத்திரத்தை வருவி.

Derive the Cartesian formula for finding the radius of curvature.

18. (அ) ஒரு பரவளையத்தில் குவியம் வழியாகச் செல்லும் வளைவு நாண் குவியத் தொலைவின் நான்கு மடங்காகும் எனக் காட்டுக.

Show that the Chord of curvature through the focus of a parabola is four times the focal distance of the point.

Or

- (ஆ) ஒரு தள வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

Find the equations of the asymptotes of a plane algebraic curve.

Page 10 Code No. : 20820

19. (அ) $\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy \, dx \, dy$ என்ற தொகையீட்டில் தொகையீடு வரிசையை மாற்றுக. மேலும் தொகையீட்டைக் கணக்கிடுக.

Change the order of integration in the integral $\int_0^a \int_{x^2/a}^{2a-x} xy \, dx \, dy$ and evaluate it.

Or

- (ஆ) போலார் ஆயத் தொலைவுகளில் இரட்டைத் தொகையீடு காண்பதற்கான சூத்திரத்தை வருவி.

Derive a formula to evaluate a double integral in polar coordinates.

20. (அ) கீழ்க்கண்டவற்றின் குவியும் தன்மையை விவரி.

(i) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(1-x)^2}$

(ii) $\int_{-\infty}^0 \sin hx \, dx$.

Discuss the convergence of the following :

(i) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(1-x)^2}$

(ii) $\int_{-\infty}^0 \sin hx \, dx$

Or

Page 11 Code No. : 20820

