

Reg. No. :

Code No. : 1111

Sub. Code : RSMA 3 A/
RSMC 3 A

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2010.

Third Semester

Mathematics — Main — Skill Based Subject
APPLICATIONS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS
(For those who joined in July 2008 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. குறையும் விகிதம்

(அ) $\frac{dx}{dt}$

(ஆ) $-\frac{dx}{dt}$

(இ) $-\frac{dt}{dx}$

(ஈ) $\frac{dt}{dx}$

Rate of decay is

(a) $\frac{dx}{dt}$

(b) $-\frac{dx}{dt}$

(c) $-\frac{dt}{dx}$

(d) $\frac{dt}{dx}$

2. கூட்டு வட்டி விதி

(அ) $\frac{dy}{dx} = ky$ (ஆ) $\frac{dy}{dx} = kx$

(இ) $\frac{dy}{dx} = -ky$ (ஈ) $\frac{dy}{dx} = -kx$

The compound interest law is

(a) $\frac{dy}{dx} = ky$ (b) $\frac{dy}{dx} = kx$

(c) $\frac{dy}{dx} = -ky$ (d) $\frac{dy}{dx} = -kx$

3. $\frac{dy}{dx} = Kx$ எனில்

(அ) $y = Kx^2$ (ஆ) $y = Kx^2 + C$

(இ) $x = Ky^2 + C$ (ஈ) $x = Ke^{xy}$

If $\frac{dy}{dx} = Kx$, then

(a) $y = Kx^2$ (b) $y = Kx^2 + C$

(c) $x = Ky^2 + C$ (d) $x = Ke^{xy}$

4. இர்ச்சாவ் விதியின் படி

(அ) $E - ER = E_L - E_C$ (ஆ) $E - E_L = ER - E_C$

(இ) $E = E_R + E_L$ (ஈ) $E = E_R - E_L$

By Kirchoff's law

(a) $E - ER = E_L - E_C$ (b) $E - E_L = ER - E_C$

(c) $E = E_R + E_L$ (d) $E = E_R - E_L$

5. கீழே விழும் ஒரு துகளின் நகரும் சமன்பாடு

(அ) $\frac{d^2s}{dt} = -g$ (ஆ) $\frac{ds}{dt} = -g$

(இ) $\frac{d^2s}{dt^2} = g$ (ஈ) $\frac{ds}{dt} = g$

The equation of motion of the particle falling freely is

(a) $\frac{d^2s}{dt} = -g$ (b) $\frac{ds}{dt} = -g$

(c) $\frac{d^2s}{dt^2} = g$ (d) $\frac{ds}{dt} = g$

6. S.H.M.-ன் சமன்பாடு

(அ) $\frac{d^2x}{dt^2} = Kx$ (ஆ) $\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$

(இ) $m \frac{d^2x}{dt^2} = Kx$ (ஈ) $m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$

The equation of S.H.M. is

(a) $\frac{d^2x}{dt^2} = Kx$ (b) $\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$

(c) $m \frac{d^2x}{dt^2} = Kx$ (d) $m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$

7. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} =$

(அ) பரவளையம்

(ஆ) நீள்வட்டம்

(இ) அதிபரவளையம்

(ஈ) இவை ஏதுவுமில்லை

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ is

(a) parabolic

(b) elliptic

(c) hyperbolic

(d) none of these

8. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ -ன் மாறிகள்

(அ) u, x, t

(ஆ) x, t

(இ) u, t

(ஈ) u, x

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ the variables are

(a) u, x, t

(b) x, t

(c) u, t

(d) u, x

9. லாப்லாஸின் சமன்பாடு

(அ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

(ஆ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(இ) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(ஈ) $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$

Laplacian equation is

(a) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

(b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(d) $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$

10. பின்வருபவற்றில் எது நீள்வட்டம்?

(அ) ஒரு பரிமாண உஷ்ணச் சமன்பாடு

(ஆ) இரு பரிமாண உஷ்ணச் சமன்பாடு

(இ) அதிபரவளையம்

(ஈ) இவை ஏதுவுமில்லை

Which one of the following is elliptic?

(a) one dimensional heat equation

(b) two dimensional heat equation

(c) hyperbolic

(d) none of these

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) தீர் $\frac{dy}{dx} = \frac{6x - 4y + 3}{3x - 2y + 1}$

Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{6x - 4y + 3}{3x - 2y + 1}$

Or

(ஆ) 20°C ஆக காற்றின் வெப்பம் இருக்கும் போது ஒரு பொருள் 100°C விருந்து 60°C ஆக 10 நிமிடங்களில் குளிர்கிறது. 40 நிமிடங்களுக்கு பிறகு அதன் வெப்பத்தைக் காண்க.

If when the temperature of the air is 20°C a certain substance cools from 100°C to 60°C in 10 minutes, Find the temperature after 40 minutes.

12. (அ) $\frac{dx}{dt} = (A - ax)(B - bx)$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation $\frac{dx}{dt} = (A - ax)(B - bx)$.

Or

(ஆ) வட்டச் சுற்றின் நான்கு உறுப்புகளை விவரி.

Explain the four components of circuit.

13. (அ) திசை வேகத்தின் நான்காம் படிக்கு ஏற்ப மாறுபடும் எதிப்பு உள்ளது எனில், x சூழும் அடியில் m நிறையுடைய ஒரு நகரும் புள்ளியின் சக்தி கீழே விழும் போது E என்பது அதன் முடிவு சக்தி எனில், $E \tanh\left(\frac{mgx}{E}\right)$ என நிரூபி.

If the resistance varies as the fourth power of the velocity prove that the energy of the moving particle of mass m at a depth x below the height point is $E \tanh\left(\frac{mgx}{E}\right)$ when falling where E is the terminal energy in the medium.

Or

(ஆ) ஒரு நகரும் துகளின் முடுக்கும் அதன் திசை வேகத்தின் மூன்றாம் படிக்கு (குறை) எனில், t -காலத்தில் ஆரம்ப திசை வேகம் Y_0 எனில், அது கடந்த தூரம் காண்க. அத்துடன் $t=0$ எனும் போது இருக்குமிடத்திலிருந்து தூரம் கணக்கிடப்படுகிறது.

The acceleration of a moving particle being proportional to the cube of the velocity and negative, find the distance passed over in time t , the initial velocity Y_0 and the distance being measured from the position of the particle at time $t = 0$.

14. (அ) ஒரு பரிமாண அலை சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the one-dimensional wave equation.

Or

(ஆ) அலைச் சமன்பாட்டின் பல்வேறு தீர்வுகளை விவாதிக்க.

Discuss the various possible solutions of the wave equation.

15. (அ) ஒரு பரிமான உஷ்ண ஓட்டத்தை விவரி.

Describe one dimensional heat flow.

Or

(ஆ) தீர் $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

Solve $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) அளவு அது இருப்பதன் விகிதத்தில் கூடினால், ஒரு ஈஸ்ட் குடும்பத்தில் மூன்று மணி நேரத்தில் ஈஸ்டு இருமடங்கானால், 15 மணி நேரத்தில் அது கூடும் விகிதம் என்ன?

If in a culture of yeast the active ferment doubles itself in three hours, by what ratio will it increase in 15 hours on the assumption that the quantity increase at a rate proportional to itself.

Or

- (ஆ) 1 மீட்டர் விட்டமும், 4 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு உருளைவடிவ தொட்டியிலிருந்து 5 cm துணை வழியாக ஆரம்பத்தில் நிறைந்துள்ள தொடர்பு,

(i) செங்குத்தாக இருக்கும் போது

(ii) இடையாக இருக்கும் போது காலியா எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் காண்க.

Find the time required to empty the cylindrical tank 1 metre in diameter and 4 meters long through a hole 5 cm diameter if the tank is initially full and its axis is

(i) Vertical

(ii) Horizontal.

17. (அ) ஒரு பொருள் மற்றவற்றுடன் இணையும் வீதம் முதல் பொருள் மீதமிருப்பதற்கு சமம் $t=0$ எனும் போது 15 கிராமும் $t=5$ எனும் போது 5 கிராமும் முதல் பொருள் இருந்தால், எப்போது ஒரு கிராம் மீதமிருக்கும் போது t -ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

The rate at which one substance combines with another is supposed to be proportional to the amount of the first substance remaining. If there be 15 gms of the first substance when $t = 0$ and 5 gms when $t = 5$ seconds. Also find the value of t when there is one gm left.

Or

- (ஆ) (i) $E = \text{மாநிலி}$

(ii) $E = E_1 \sin \omega t + E_2 \sin(\omega t + \theta)$ எனும் போது

ஒரு லட்டசி சுருளின் சமன்பாடு

e.m.f $L \frac{dI}{dt} + RI = E$ ஐத் தீர்.

Solve the equation of e.m.f from electric circuit $L \frac{dI}{dt} + RI = E$ with

(i) E constant

(ii) $E = E_1 \sin \omega t + E_2 \sin(\omega t + \theta)$.

18. (அ) காற்று திசை வேகத்தின் விகிதத்தில் எதிர்த்தால் கீழேவிழும் துகளின் இயக்கத்தை ஆராய்க.

Discuss the motion of a particle falling under gravity where air exerts a resistance proportional to velocity of the particle.

Or

(ஆ) Brachistochrone கணக்கினை எழுதி தீர்.

State and solve the Brachistochrone problem.

19. (அ) சீரான, நெகிழ்வுடைய மாறா நிறை கொண்ட ஒரு சங்கிலி, ஒரு முனையிலிருந்து தொங்குகிறது. அதனைத் செந்தரவு செய்யும் போது ஏற்படும் அசைவுகளை விவரி.

A uniform flexible chain of constant mass density is hanging freely from one end. Discuss the lateral vibrations of the chain when it is disturbed.

Or

(ஆ) $2l$ நீளமுள்ள ஒரு சங்கிலி இருமுனைகளிலும் ஒட்டப்பட்டுள்ளது. அதன் மையப் புள்ளி b உயரத்திற்கு எடுத்துச் செல்லப்பட்டால், t -காலத்தில் அதன் நகர்வினைக் காண்க.

A string of length $2l$ is fastened at both ends. The mid point of the string is taken to a height b that position. Find the displacement of the string at time t .

20. (அ) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{l}{K} \frac{\partial x}{\partial t}$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{l}{K} \frac{\partial x}{\partial t}$.

Or

(ஆ) $t = \infty$ $x = 0$ $x = \rho$ எனும் போது $v = 0$ எனில்

$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial y}{\partial t}$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial y}{\partial t}$, given $v = 0$ when $t = \infty$ and when $x = 0$ and $x = \rho$.