Reg. No. : ....

Code No. : 20837 **Sub. Code : GSMA 4 A**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2015.

Fourth Semester

Mathematics — Main

Skill Based Subject — NUMERICAL METHODS

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $AX = B$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுதியில் $A = (a_{ij})_{m\times n}$, ———— அணி எனப்படும்.

(அ) குணக (ஆ) இணைப்பு

(இ) சதுர (ஈ) பூஜ்ஜிய.

If $AX = B$, $A = (a_{ij})_{m\times n}$ is called the ———— matrix.

(a) Coefficient (b) Augment

(c) Square (d) Null.

2. பின்னோக்கி பிரதியிடுதல் வழிமுறையில்

$$\frac{1}{a_{n-1\,n-1}}\left[b_{n-1} - a_{n-1\,n}\left(\frac{b_n}{a_{nn}}\right)\right] = ________.$$

(அ) x_n (ஆ) x_{n-1}

(இ) x_{n+1} (ஈ) x_0.

In the procedure of backward substitution,

$$\frac{1}{a_{n-1\,n-1}}\left[b_{n-1} - a_{n-1\,n}\left(\frac{b_n}{a_{nn}}\right)\right] = ________.$$

(a) x_n (b) x_{n-1}

(c) x_{n+1} (d) x_0.

3. $E^m E^n(f(x))$ ன் மதிப்பு ________.

(அ) $f(x+mnh)$ (ஆ) $E^{m+n}(f(x))$

(இ) $E^m(nf(x))$ (ஈ) $E^n(mf(x))$.

$E^m E^n(f(x)) =$ ________.

(a) $f(x+mnh)$ (b) $E^{m+n}(f(x))$

(c) $E^m(nf(x))$ (d) $E^n(mf(x))$.

4. $h = 1$ எனில் $(\Delta + \nabla)^2 x =$ ________.

(அ) $2x+2$ (ஆ) $2x-2$

(இ) $2x$ (ஈ) $4x$.

If $h = 1$, $(\Delta + \nabla)^2 x =$ ________.

(a) $2x+2$ (b) $2x-2$

(c) $2x$ (d) $4x$.

5. படி ________ உடைய பல்லுருப்புக் கோவையின் nவது வகுத்தல் வேறுபாடு மாறிலி ஆகும்.

(அ) $n+1$ (ஆ) n

(இ) n^2 (ஈ) $n-1$.

The nth divided difference of a polynomial of degree ________ are constants.

(a) $n+1$ (b) n

(c) n^2 (d) $n-1$.

6. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ எனில் முதலாவது வகுத்தல் வேறுபாடு $[a, b] =$ ________.

(அ) $\frac{a}{b}$ (ஆ) $\frac{b}{a}$

(இ) $-\frac{a+b}{a^2b^2}$ (ஈ) $-\frac{(a-b)}{a^2b^2}$.

If $f(x) = \frac{1}{x^2}$, the first divided difference $[a, b]$ = __________.

(a) $\frac{a}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$

(c) $-\frac{a+b}{a^2b^2}$ (d) $-\frac{(a-b)}{a^2b^2}$.

7. நியூட்டனின் முன்னோக்கிய இடைக்கணிப்பு வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி $u(x)$–ன் இரண்டாம் வகைக்கெழு __________ ஆகும்.

(அ) $\frac{1}{h}[\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + ...]$

(ஆ) $\frac{1}{h^2}[\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + ...]$

(இ) $\frac{1}{h}[\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0 + ...]$

(ஈ) $\frac{1}{h^2}[\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0 + ...]$

The second derivative of the function $u(x)$ using Newtons forward difference formula is __________.

(a) $\frac{1}{h}[\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + ...]$

(b) $\frac{1}{h^2}[\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + ...]$

(c) $\frac{1}{h}[\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0 + ...]$

(d) $\frac{1}{h^2}[\Delta^2 y_0 + \Delta^3 y_0 + ...]$

8. $y = f(x)$ ன் உகந்த புள்ளியில், $\frac{dy}{dx}$ = __________.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) –1 (ஈ) 2.

At the optimum point of $y = f(x)$, $\frac{dy}{dx}$ = __________.

(a) 0 (b) 1

(c) –1 (d) 2.

9. Trapezoidal விதியில் ஏற்படும் தவறின் வரிசை __________ ஆகும்.

(அ) h (ஆ) h^2

(இ) h^{-1} (ஈ) 0.

The error in the trapezoidal rule is of order __________.

(a) h (b) h^2

(c) h^{-1} (d) 0.

10. சிம்சனில் 1/3 விதியின்படி $\int_{x_0}^{x_3} f(x)\,dx =$ ________.

(அ) $\frac{h}{3}[(y_0 + y_3) + 2y_2 + 4y_1]$

(ஆ) $\frac{h}{3}[(y_0 + y_3) + 4y_2 + 2y_1]$

(இ) $\frac{h}{3}[y_0 + y_3]$

(ஈ) $\frac{h}{3}[y_0 + y_3) + 2(y_1 + y_2)]$.

By using Simpson one-third rule, $\int_{x_0}^{x_3} f(x)\,dx =$

(a) $\frac{h}{3}[(y_0 + y_3) + 2y_2 + 4y_1]$

(b) $\frac{h}{3}[(y_0 + y_3) + 4y_2 + 2y_1]$

(c) $\frac{h}{3}[y_0 + y_3]$

(d) $\frac{h}{3}[y_0 + y_3) + 2(y_1 + y_2)]$.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) காஸ் நீக்கல் முறையின் மூலம் பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுதியைத் தீர் :

$2x + 3y = 5,\ 3x - y = 2.$

Solve the following system of equations by Gauss elimination method :

$2x + 3y = 5,\ 3x - y = 2.$

Or

(ஆ) காஸ் சைடல் மறுசெய்கை முறை மூலம் தீர் :

$2x + y = 3,\ 2x + 3y = 5.$

Solve $2x + y = 3$, $2x + 3y = 5$ by Gauss Seidel iteration.

12. (அ) $\Delta \tan^{-1}\left(\frac{n-1}{n}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2n^2}\right)$ என நிறுவுக.

Prove that $\Delta \tan^{-1}\left(\frac{n-1}{n}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2n^2}\right)$.

Or

(ஆ) பின்வரும் விபரத்திலிருந்து, அதற்குரிய படி மூன்று உள்ள பல்லுருப்புக் கோவையைக் காண்க.

x :	0	1	2	3
$f(x)$:	1	2	1	10

Find the cubic polynomial $f(x)$ from the following data :

x :	0	1	2	3
$f(x)$:	1	2	1	10

13. (அ) லெக்ராஞ்சியின் இடைக்கணிப்பு வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் விபரத்திற்குரிய $y(x)$ ஐப் பொருத்துக. மேலும் $y(2)$ காண்க.

x :	0	1	3	4
y :	–12	0	6	12

Use Lagranges interpolation formula to fit the polynomial $y(x)$ to the following data and also find y when $x = 2$.

x :	0	1	3	4
y :	–12	0	6	12

Or

(ஆ) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ எனில் முதலாம் வகுத்தல் வேறுபாடுகள்

(i) $[a, b]$ மற்றும்

(ii) $[a, b, c]$யைக் காண்க.

If $f(x) = \frac{1}{x^2}$, find the first divided differences :

(i) $[a, b]$ and

(ii) $[a, b, c]$.

14. (அ) $u_0 = 5$, $u_1 = 15$, $u_2 = 57$, $x = 0$ல் $\frac{du}{dx} = 4$, $x = 2$ல் $\frac{du}{dx} = 2$ எனில் $\Delta^3 u_0$ மற்றும் $\Delta^4 u_0$ ஐக் காண்க.

Given that $u_0 = 5$, $u_1 = 15$, $u_2 = 57$ and $\frac{du}{dx} = 4$ at $x = 0$ and 72 at $x = 2$. Find $\Delta^3 u_0$ and $\Delta^4 u_0$.

Or

(ஆ) நியூட்டனின் முன்னோக்கிய இடைக்கணிப்பு வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx}$ மற்றும் $\frac{d^2y}{dx^2}$ ஆகியவற்றிற்கான வாய்ப்பாட்டைத் தருவி.

Derive the formula for $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$, using Newtons forward difference formula.

15. (அ) வெடில்ஸ் வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using Weddle's rule.

Or

(ஆ) சிம்சனின் விதியைப் பயன்படுத்தி $h = 0.5$ எனும் படியாக $\int_0^2 \frac{dx}{1+x^3}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int_0^2 \frac{dx}{1+x^3}$ with $h = 0.5$, using Simpson's rule.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) காஸின் நீக்கல் முறை மூலம் தீர் :

$x + y - z + w = 2$, $2x + y + z - 3w = 1$,

$3x - y - z + w = 2$, $5x + y + 3z - 2w = 7$.

By Gauss elimination method, solve

$x + y - z + w = 2$, $2x + y + z - 3w = 1$,

$3x - y - z + w = 2$, $5x + y + 3z - 2w = 7$.

Or

(ஆ) காஸ் சைடல் மறு செய்கை முறை மூலம் தீர் :

$28x + 4y - 2z = 32$, $x + 3y + 10z = 24$ and

$2x + 17y + 4z = 35$.

Solve Gauss Seidel iteration method :

$28x + 4y - 2z = 32$, $x + 3y + 10z = 24$ and

$2x + 17y + 4z = 35$.

17. (அ) (i) $D = \frac{1}{h}\left[\Delta - \frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^3}{3} - \ldots\right]$ எனவும்

(ii) $\mu\delta = \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta E^{-1}}{2}$ எனவும் நிரூபி.

Prove that :

(i) $D = \frac{1}{h}\left[\Delta - \frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^3}{3} - \ldots\right]$ and

(ii) $\mu\delta = \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta E^{-1}}{2}$.

Or

(ஆ) பின்வரும் அட்டவணை மூலம் 60 மற்றும் 70 கி எடைக்குட்பட்ட மாணவர்கள் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

எடை (கிகி) :	0-40	40-60	60-80	80-100	100-120
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை:	250	120	100	70	50

Find the number of students whose weight in between 60 and 70, from the following data :

Weight (kg) :	0-40	40-60	60-80	80-100	100-120
No. of students :	250	120	100	70	50

18. (அ) பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து, லெக்ராஞ்சியின் விதியைப் பயன்படுத்தி $y(6)$ ஐக் காண்க.

x :	3	7	9	10
$y(x)$:	168	120	72	63

From the following table, find $y(6)$, using Lagrange's formula :

x :	3	7	9	10
$y(x)$:	168	120	72	63

Or

(ஆ) $10^{1/3}$ ன் மதிப்பை மூன்று தசம ஸ்தான சுத்தமாக, $y = x^3$, $x = 2, 3, 4, 5$ என்பதற்கான அட்டவணையிலிருந்து காண்க.

Find $10^{1/3}$ correct to three decimals on tabulating $y = x^3$ for $x = 2, 3, 4, 5$.

19. (அ) பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து y இன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்பைக் காண்க.

x :	0	1	2	3	4	5
y :	0	1/4	0	9/4	16	225/4

Find the maximum and minimum value of y from the table.

x :	0	1	2	3	4	5
y :	0	1/4	0	9/4	16	225/4

Or

(ஆ) பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து $y = \sqrt[3]{x}$ என்ற முறையில் $y'(50)$ மற்றும் $y''(50)$ ஐக் காண்க.

x :	50	51	52	53	54	55	56
y :	3.6840	3.7084	3.7325	3.7563	3.7798	3.8030	3.8259

Find $y'(50)$ and $y''(50)$ when $y = \sqrt[3]{x}$, from the following table :

x :	50	51	52	53	54	55	56
y :	3.6840	3.7084	3.7325	3.7563	3.7798	3.8030	3.8259

20. (அ) (i) Trapezoidal விதி

(ii) சிம்சனின் 1/3 விதி மற்றும்

(iii) சிம்சனின் 3/8 விதி

ஆகியவற்றின் மூலம் $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using

(i) Trapezoidal rule

(ii) Simpsons 1/3 rule

(iii) Simpsons 3/8 rule.

Or

(ஆ) அட்டவணையில் கண்ட புள்ளிகள் வழிச் செல்லும்படியான வளைவரை வரையப்படுகிறது.

x :	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y :	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

சிம்சனின் விதியைப் பயன்படுத்தி

(i) வளைவரை, x அச்சு $x = 1$ மற்றும் $x = 2$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட பரப்பு

(ii) அப்பரப்பை x அச்சைப் பொறுத்து சுழற்றுவதால் கிடைக்கும் கன அளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

A curve is drawn through the points, given in the table :

x :	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y :	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

Using Simpson's rule find

(i) the area bounded by the curve x axis and the lines $x = 1$ and $x = 4$

(ii) the volume of revolution of the area about the x – axis.

———————