20. (அ) $\log \sin(\theta + i\phi) = L + iB$ எனில் $2e^{2L} = \cosh 2\phi - \cos 2\theta$ என நிறுவுக.

Prove that $2e^{2L} = \cosh 2\phi - \cos 2\theta$ if $\log \sin(\theta + i\phi) = L + iB$.

Or

(ஆ) $\tan(x + iy) = u + iv$ எனில் $\frac{u}{v} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$ என நிறுவுக.

Prove that $\frac{u}{v} = \frac{\sin 2x}{\sinh 2y}$ if $\tan(x + iy) = u + iv$.

Reg. No. : ....

Code No. : 20824 **Sub. Code : GMMA 31/ GMMC 31**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2014.

Third Semester

Mathematics — Main

SEQUENCES SERIES AND TRIGONOMETRY

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. ஒவ்வொரு ஒருங்கும் தொடரும் —————.

(அ) வரம்புடையது (ஆ) வரம்பற்றது

(இ) அலைவி (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

Every convergent sequence is —————.

(a) Bounded (b) Unbounded

(c) Oscillatory (d) None of these

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

2. $< \frac{n}{n+1} >$ என்ற தொடர் ____________.

(அ) வரம்பற்றது (ஆ) அலைவி

(இ) வரம்புடையது (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

The sequence $< \frac{n}{n+1} >$ is ____________.

(a) Unbounded (b) Oscillatory

(c) Bounded (d) None of these

3. ஒவ்வொரு வரம்புடைய ஒரியல்பு தொடர் ____________.

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) தொடர்ச்சியானது (ஈ) ஏதுமில்லை

Every bounded monotonic sequence is ____________.

(a) Convergent (b) Divergent

(c) Continuous (d) None

4. $\lim_{n\to\infty} 2^{-n} n^2 =$ ____________.

(அ) 2 (ஆ) 1

(இ) 0 (ஈ) 3

$\lim_{n\to\infty} 2^{-n} n^2 =$ ____________.

(a) 2 (b) 1

(c) 0 (d) 3

5. $\Sigma \frac{1}{n^p}$ என்ற தொடர் ____________ ($p > 1$ எனக் கொள்க).

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) அலைவி (ஈ) ஏதுமில்லை

The series $\Sigma \frac{1}{n^p}$ is ____________ (Assume $p > 1$).

(a) Convergent (b) Divergent

(c) Oscillatory (d) None

6. $\Sigma\left(\sqrt{n^2+1} - n\right)$ என்ற தொடர் ____________.

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) அலைவி (ஈ) ஏதுமில்லை

The series $\Sigma\left(\sqrt{n^2+1} - n\right)$ is ____________.

(a) Convergent (b) Divergent

(c) Oscillatory (d) None

7. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + ...$ என்ற தொடர் ____________.

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) அறஒருங்கும் (ஈ) ஏதுமில்லை

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The series $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+.....$ is ————.

(a) Convergent

(b) Divergent

(c) Absolutely convergent

(d) None

8. ΣU_n மற்றும் $\Sigma|U_n|$ என்ற தொடர்கள் ஒருங்கும் எனில் ΣU_n என்பது

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) அறஒருங்கும் (ஈ) ஏதுமில்லை

If the series ΣU_n and $\Sigma|U_n|$ are convergent, then ΣU_n is ————.

(a) Convergent

(b) Divergent

(c) Absolutely convergent

(d) None

9. $\tan(i\theta) =$ ————.

(அ) $-i\tanh\theta$ (ஆ) $i^2\tan\theta$

(இ) $i\tan^2\theta$ (ஈ) $i\tanh\theta$

$\tan(i\theta) =$ ————.

(a) $-i\tanh\theta$ (b) $i^2\tan\theta$

(c) $i\tan^2\theta$ (d) $i\tanh\theta$

10. $\sinh x =$ ————.

(அ) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ (ஆ) $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

(இ) $\frac{e^x+e^{-x}}{2a}$ (ஈ) 0

$\sinh x =$ ————.

(a) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ (b) $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

(c) $\frac{e^x+e^{-x}}{2a}$ (d) 0

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+3n+5}{2n^2+5n+7}=\frac{1}{2}$ என நிறுவுக.

Show that $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+3n+5}{2n^2+5n+7}=\frac{1}{2}$.

Or

(ஆ) $<n^2>$ என்ற தொடர் $+\infty$ –க்கு விரியும் எனக் காண்க.

Show that the sequence $<n^2>$ diverges to $+\infty$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

12. (அ) $\lim f_n = l \Rightarrow \lim |f_n| = |l|$ என நிறுவுக.

Prove that $\lim f_n = l \Rightarrow \lim |f_n| = |l|$.

Or

(ஆ) $< \frac{(-1)^n}{n} >$ என்ற தொடர் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Show that the sequence $< \frac{(-1)^n}{n} >$ is convergent.

13. (அ) $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ என்ற தொடர் ஒருங்கும் எனில் $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$ என நிறுவுக.

If the series $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ converges, then prove that $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$.

Or

(ஆ) $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{2}{6}} + \ldots + \sqrt{\frac{n}{2(n+1)}} + \ldots$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test for the convergence of the series $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{2}{6}} + \ldots + \sqrt{\frac{n}{2(n+1)}} + \ldots$.

14. (அ) $\sum \frac{(n^3+1)^{1/3} - n}{\log n}$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test for convergence $\sum \frac{(n^3+1)^{1/3} - n}{\log n}$.

Or

(ஆ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$.

15. (அ) $\sin(A + iB) = x + iy$ எனில் $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ என நிறுவுக.

Prove that $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ if $\sin(A + iB) = x + iy$.

Or

(ஆ) $Log(1-i)$ –ன் மதிப்பை காண்க.

Find the value of $Log(1-i)$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\}$ என்ற தொடர் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Prove that sequence $\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\}$ is convergent.

Or

(ஆ) $\lim_{n\to a} n^{1/n} = 1$ என நிறுவுக.

Show that $\lim_{n\to a} n^{1/n} = 1$.

17. (அ) $< 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n} >$ என்ற தொடர் ஒருங்காது என நிறுவுக.

Show that the sequence $< 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{n} >$ is not convergent.

Or

(ஆ) ஒவ்வொரு Cauchy தொடரும் வரம்புடையது என நிறுவுக.

Prove that every Cauchy sequence is bounded.

18. (அ) $\sum\frac{1}{n}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}+...$ என்ற தொடர் ஒருங்காது என நிறுவுக.

Show that the series $\sum\frac{1}{n}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}+...$ does not converge.

Or

(ஆ) $\sum\left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4-1}\right)$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Examine the convergence of $\sum\left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4-1}\right)$.

19. (அ) Merten's தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove Merten's theorem.

Or

(ஆ) $\frac{\log 2}{2^2}-\frac{\log 3}{3^2}+\frac{\log 4}{4^2}-.....$ என்ற தொடர் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Show that the sequence $\frac{\log 2}{2^2}-\frac{\log 3}{3^2}+\frac{\log 4}{4^2}-.....$ is convergent.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam