Solve the equation using Laplace transforms $\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}+5y=4e^{-t}$ given that $y=0$, $\frac{dy}{dt}=0$ when $t=0$.

20. (அ) 0 இலிருந்து π, வரை உள்ள வீச்சத்தில்

$$f(x)=x, \quad 0<x<\frac{\pi}{2}$$
$$=\pi-x, \frac{\pi}{2}<x<\pi$$

என்றச் சார்பின் cosine தொடரைக் காண்க.

Find a cosine series in the range 0 to π for

$$f(x)=x, \quad 0<x<\frac{\pi}{2}$$
$$=\pi-x, \frac{\pi}{2}<x<\pi$$

Or

(ஆ) $0\le x<\pi$ என்ற இடைவெளியில் $\frac{\pi x}{8}(\pi-x)$ என்றச் சார்ப sine தொடராக விரிவாக்கவும்.

Expand $\frac{\pi x}{8}(\pi-x)$ in a sine series valid when $0\le x<\pi$.

Reg. No. : ....

Code No. : 20823 **Sub. Code : GMMA 22/ GMMC 22**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2016.

Second Semester

Mathematics – Main

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND FOURIER SERIES

(Also Common to Maths with Computer Applications)

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $p=\frac{2y}{x}$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y=cx$ (ஆ) $y^2=cx$

(இ) $y=cx^2$ (ஈ) $y^2=cx^2$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The solution of the equation $p = \frac{2y}{x}$ is

(a) $y = cx$ (b) $y^2 = cx$

(c) $y = cx^2$ (d) $y^2 = cx^2$

2. $y = (x-a)p - p^2$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y = (x-a)c - c^2$ (ஆ) $y = (x-a) - c^2$

(இ) $y = c(x-a)c$ (ஈ) $y = c^2(x-a) - c$

The solution of the equation $y = (x-a)p - p^2$ is

(a) $y = (x-a)c - c^2$ (b) $y = (x-a) - c^2$

(c) $y = c(x-a)c$ (d) $y = c^2(x-a) - c$

3. $(D^2 + 1)y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y = (c_1 + c_2 x)e^x$

(ஆ) $y = (c_1 + c_2 x)e^{-x}$

(இ) $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$

(ஈ) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$

The solution of the equation $(D^2 + 1)y = 0$ is

(a) $y = (c_1 + c_2 x)e^x$

(b) $y = (c_1 + c_2 x)e^{-x}$

(c) $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$

(d) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$

4. $(D^2 - 4D + 4)y = e^{2x}$ என்ற சமன்பாட்டின் தனித்தீர்வு

(அ) xe^{2x} (ஆ) $\frac{x^2}{2}e^{2x}$

(இ) $\frac{x^3}{3}e^{2x}$ (ஈ) $\frac{x^4}{4}e^{2x}$

The particular integral of $(D^2 - 4D + 4)y = e^{2x}$ is

(a) xe^{2x}

(b) $\frac{x^2}{2}e^{2x}$

(c) $\frac{x^3}{3}e^{2x}$

(d) $\frac{x^4}{4}e^{2x}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

5. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ ன் தீர்வு

(அ) $y = A\cos(\log x) + B\sin(\log x)$

(ஆ) $y = A\cos(\sqrt{2}\log x) + B\sin(\sqrt{2}\log x)$

(இ) $y = A\cos(\sqrt{2}x) + B\sin(\sqrt{2}x)$

(ஈ) $y = A\log x + B\sin 2x$

The solution of $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ is

(a) $y = A\cos(\log x) + B\sin(\log x)$

(b) $y = A\cos(\sqrt{2}\log x) + B\sin(\sqrt{2}\log x)$

(c) $y = A\cos(\sqrt{2}x) + B\sin(\sqrt{2}x)$

(d) $y = A\log x + B\sin 2x$

6. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y = A + \frac{B}{x}$

(ஆ) $y = A + B\log x$

(இ) $y = A\cos x + B\sin x$

(ஈ) $y = Ae^x + Be^{-x}$

The solution of $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} = 0$ is

(a) $y = A + \frac{B}{x}$

(b) $y = A + B\log x$

(c) $y = A\cos x + B\sin x$

(d) $y = Ae^x + Be^{-x}$

7. $L(te^{-5t})$ இன் மதிப்பு

(அ) $\frac{1}{(s+5)^2}$ (ஆ) $\frac{s}{(s+5)^2}$

(இ) $\frac{5}{(s+5)^2}$ (ஈ) $\frac{1}{(s-5)^2}$

The value of $L(te^{-5t})$ is

(a) $\frac{1}{(s+5)^2}$ (b) $\frac{s}{(s+5)^2}$

(c) $\frac{5}{(s+5)^2}$ (d) $\frac{1}{(s-5)^2}$

8. $L(t^2e^{3t})$ இன் மதிப்பு

(அ) $\frac{1}{(s-3)^3}$ (ஆ) $\frac{2!}{(s-3)^3}$

(இ) $\frac{3!}{(s-3)^3}$ (ஈ) $\frac{4!}{(s-3)^3}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The value of $L(t^2e^{3t})$ is

(a) $\frac{1}{(s-3)^3}$ (b) $\frac{2!}{(s-3)^3}$

(c) $\frac{3!}{(s-3)^2}$ (d) $\frac{4!}{(s-3)^3}$

9. $f(x)=x$, $-\pi<x<\pi$ என்றச் சார்பின், பூரியர் விரிவில் a_0 இன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) π (ஈ) π^2

The value of a_0 in the Fourier series expansion for the function $f(x)=x$, $-\pi<x<\pi$ is

(a) 0 (b) 1

(c) π (d) π^2

10. $-\pi<x<\pi$ என்ற இடைவெளியில், $f(x)$ ஒற்றைச் சார்பாக இருப்பின்

(அ) $a_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\cos nx dx, b_n=0$

(ஆ) $a_n=0,\ b_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin nx dx$

(இ) $a_n=0,\ b_n=0$

(ஈ) இவைகள் எவையும் இல்லை

If $f(x)$ is an odd function in the interval $-\pi<x<\pi$, then

(a) $a_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\cos nx dx, b_n=0$

(b) $a_n=0,\ b_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin nx dx$

(c) $a_n=0,\ b_n=0$

(d) None of these

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

11. (அ) தீர் : $p^2+\left(x+y-\frac{2y}{x}\right)p+xy+\frac{y^2}{x^2}-y-\frac{y^2}{x}=0$.

Solve :

$$p^2+\left(x+y-\frac{2y}{x}\right)p+xy+\frac{y^2}{x^2}-y-\frac{y^2}{x}=0.$$

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) தீர் : $(xp-y)^2 = a(1+p^2)\phi(x^2+y^2)$.

Solve :
$(xp-y)^2 = a(1+p^2)\phi(x^2+y^2)$.

12. (அ) தீர் : $(D^2-1)y = 2+5x$.

Solve : $(D^2-1)y = 2+5x$.

Or

(ஆ) தீர் : $(D^2+3D+2)y = \sin x + x^2$.

Solve : $(D^2+3D+2)y = \sin x + x^2$.

13. (அ) தீர் : $(x+a)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+a)\frac{dy}{dx} + 6y = x^5$.

Solve : $(x+a)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+a)\frac{dy}{dx} + 6y = x^5$

Or

(ஆ) தீர் : $(1+2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+2x)\frac{dy}{dx} + y = 8(1+2x)^2$.

Solve :
$(1+2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+2x)\frac{dy}{dx} + y = 8(1+2x)^2$.

14. (அ) $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$.

Or

(ஆ) $L^{-1}\left(\frac{s^2-s+2}{s(s-3)(s+2)}\right)$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

Find $L^{-1}\left(\frac{s^2-s+2}{s(s-3)(s+2)}\right)$.

15. (அ) $f(x) = c$ என்ற சார்பின், 0–இலிருந்து π வரை உள்ள வீச்சத்தில் sine தொடரைக் காண்க.

Find a sine series for $f(x) = c$ in the range 0 to π.

Or

(ஆ) $f(x)=x$, $0<\pi<\frac{\pi}{2}$, $f(x)=0$, $\frac{\pi}{2}\le x<\pi$ என்ற சார்பின் sine தொடரைக் காண்க.

Find a sine series for $f(x)=x$, $0<\pi<\frac{\pi}{2}$ and $f(x)=0$, $\frac{\pi}{2}\le x<\pi$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 600 words.

16. (அ) (i) தீர் : $x^2p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

(ii) தீர் : $(y + px)^2 = py^2$.

(i) Solve : $x^2p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

(ii) Solve : $(y + px)^2 = py^2$.

Or

(ஆ) (i) தீர் : $x - yp = ap^2$.

(ii) தீர் : $y = 2px + p^2y$.

(i) Solve : $x - yp = ap^2$.

(ii) Solve : $y = 2px + p^2y$.

17. (அ) தீர் : $(D^2 - 1)y = x\sin x + (1 + x^2)e^x$.

Solve : $(D^2 - 1)y = x\sin x + (1 + x^2)e^x$

Or

(ஆ) தீர் : $(D^2 - 4D + 4)y = e^{2x} + \sin x$.

Solve : $(D^2 - 4D + 4)y = e^{2x} + \sin x$.

18. (அ) துணை அலகு மாறுபாட்டு முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்கவும் $\frac{d^2y}{dx^2} + n^2y = \sec nx$.

Solve by using variation of parameter method $\frac{d^2y}{dx^2} + n^2y = \sec nx$.

Or

(ஆ) துணை அலகு மாறுபாட்டு முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்கவும் $(D^2 + 1)y = \tan^2 x$.

Solve by using variation of parameter method $(D^2 + 1)y = \tan^2 x$.

19. (அ) $y(0) = 0$ எனில், லாப்லஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்கவும்.

$$t\frac{d^2y}{dt^2} - (2 + t)\frac{dy}{dt} + 3y = t - 1.$$

Solve the equation $t\frac{d^2y}{dt^2} - (2 + t)\frac{dy}{dt} + 3y = t - 1$ when $y(0) = 0$ using Laplace transforms.

Or

(ஆ) $t = 0$ எனும் பொழுது $y = 0$, $\frac{dy}{dt} = 0$ என்றிருப்பின் லாப்லஸ் உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 4e^{-t}$$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam