A box kite is flying at a height h with a length l of wire paid out, and with the vertex of the catenary on the ground. Show that at the kite, the inclination of the wire to the ground is $2\tan^{-1}\frac{h}{l}$ and that its tensions there and at the ground are $\frac{w(l^2+h^2)}{2h}$ and $\frac{w(l^2-h^2)}{2h}$ where w is the weight of the wire per unit of length.

Reg. No. : ....

Code No. : 30105 **Sub. Code : R 3 MA 53/ R 3 MC 53/ B 3 MA 53/ B 3 MC 53**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2013.

Fifth Semester

Mathematics — Main

Paper IX – STATICS

(Also Common to B.Sc. Maths with Computer Applications)

(For those who joined in July 2008 to 2011)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. ஒரு விசையின் பரித்த பகுதியின் திசை ———— ஆக இருக்காது.

(அ) இணையாக (ஆ) செங்குத்தாக

(இ) 45° (ஈ) 30°

A force has no resolved part in a direction ———————— to itself.

(a) parallel (b) perpendicular

(c) 45° (d) 30°

2. F என்ற விசையின் பகுதிகள் θ மற்றும் $90-\theta$ என்ற கோணங்களில் திசையெடுத்துச் செல்லுமாயின், அவை ————————.

(அ) $F\cos\theta, F\sin\theta$ (ஆ) $F\sin\theta, F\cos\theta$

(இ) F, F (ஈ) $\frac{F}{2}, \frac{F}{2}$

The components of a force F along two directions making angles θ and $90-\theta$ respectively with the direction of the force are ————————.

(a) $F\cos\theta, F\sin\theta$ (b) $F\sin\theta, F\cos\theta$

(c) F, F (d) $\frac{F}{2}, \frac{F}{2}$

3. ஒரு கடிமப் பொருளில் செயல்படும் மூன்று விசைகள் சமநிலையில் இருந்தால், அவை ————————.

(அ) ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பவை

(ஆ) இணையானவை

(இ) செங்குத்தானவை

(ஈ) தளமானவை

If three forces acting on a rigid body are in equilibrium, they must be ————————.

(a) concurrent (b) parallel

(c) perpendicular (d) coplanar

4. ஒரு தளத்தில் உள்ள பொருளில் செயல்படும் விசைகளின் தொகுப்பு இவ்வாறு குறைக்கப்படும்

(அ) தனி விசை

(ஆ) ஜோடி

(இ) தனிவிசை மற்றும் ஜோடி

(ஈ) தனி விசை அல்லது ஜோடி

Any system of forces acting in one plane on a rigid body can be reduced to a ————————

(a) single force

(b) couple

(c) single force and a couple

(d) single force or a couple

5. P_1, P_2, P_3 என்ற விசைகள் ABC என்ற முக்கோணத்தின் BC, CA, AB என்ற பக்கங்கள் வழியே செயல்பட்டு, ஒரு ஜோடியாக குறைக்கப்படுமானால்,

(அ) $\frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{CA} = \frac{P_3}{AB}$

(ஆ) $\frac{AB}{P_1} = \frac{BC}{P_2} = \frac{CA}{P_3}$

(இ) $P_1P_2 = P_1P_3 = P_2P_3$

(ஈ) $P_1.BC = P_2.CA = P_3.AB$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

If forces P_1, P_2, P_3 act along the sides BC, CA, AB of a Δ^b ABC and if they reduce to a couple, then ————————.

(a) $\frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{CA} = \frac{P_3}{AB}$

(b) $\frac{AB}{P_1} = \frac{BC}{P_2} = \frac{CA}{P_3}$

(c) $P_1P_2 = P_1P_3 = P_2P_3$

(d) $P_1.BC = P_2.CA = P_3.AB$

6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவைகளைக் கருத்திற்கொள்க.

(i) செங்குத்தாக செயல்படும் பரித்த பகுதிகளின் விசைகளின் கூட்டுத்தொகை பூச்சியம்.

(ii) ஒரு தளத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் அந்த விசைகளின் திருப்புத்திறனின் கூட்டுத்தொகை பூச்சியம்.

ஒரு தள விசைத்தொகுப்பு சமநிலையில் இருப்பதற்குத் தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை எது?

(அ) (i) மட்டும் (ஆ) (ii) மட்டும்

(இ) (i) மற்றும் (ii) (ஈ) ஒன்றுமில்லை

Consider the following :

(i) the algebraic sum of the resolved parts of the forces in two perpendicular directions are zero.

(ii) the algebraic sum of the moments of the forces about any point in their plane must be zero.

The necessary and sufficient conditions that a system of coplanar forces acting on a rigid body may be in equilibrium are ————————.

(a) (i) only (b) (ii) only

(c) both (i) and (ii) (d) none

7. தொடுபடு புள்ளியில் உராய்வு திசை ———————— திசையாகும்

(அ) இசைவான (ஆ) கிடை

(இ) செங்குத்து (ஈ) எதிர்

The direction of friction at the point of contact is ———————— the direction of motion

(a) along (b) horizontal to

(c) perpendicular to (d) opposite to

8. உராய்வு என்பது ———————— விசை.

(அ) ஈர்ப்பு (ஆ) மந்தன

(இ) செயல்படு (ஈ) தள்ளு

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

Friction is a ―――――― force.

(a) attractive (b) passive

(c) active (d) repulsive

9. ஒரு நெடுகோட்டில் இல்லாத இரண்டு புள்ளிகளுக்கிடையே ஒரு சீரான கம்பி சுதந்திரமாக தொங்குமானால், புவி ஈர்ப்பு விசையினால் ஏற்படும் வளைகோடு ―――――― ஆகும்.

(அ) பரவளையம் (ஆ) நேர்கோடு

(இ) சங்கிலியம் (ஈ) தொய்வு

When a uniform string hangs freely between two points not in the same vertical line, the curve in which it hangs under the action of gravity is ――――――.

(a) parabola (b) straight line

(c) catenary (d) sag

10. ஒரு கம்பியின் தொங்கு அடிக் கோட்டிற்குக் கீழே உள்ள அடிப்புள்ளியின் ஆழம் ―――――― என்றழைக்கப்படும்.

(அ) வளைவு விட்டம் (ஆ) தொய்வு

(இ) உச்சி (ஈ) இழுவிசை

The depth of the lowest point of the catenary below the horizontal line of suspention of the string is called

(a) span (b) sag

(c) vertex (d) tension

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ABC என்ற முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டத்தின் மையம் 0 ஆகும். P, Q, R என்ற விசைகள் OA, OB, OC என்ற கோடுகளில் முறையே செயல்பட்டு சமநிலையிலிருக்குமானால்,

$$P:Q:R = a^2(b^2+c^2-a^2):b^2(c^2+a^2-b^2):c^2(a^2+b^2-c^2)$$

என நிரூபி.

ABC is a given triangle, forces P, Q, R acting along the lines OA, OB, OC are in equilibrium. Prove that

$$P:Q:R = a^2(b^2+c^2-a^2):b^2(c^2+a^2-b^2):c^2(a^2+b^2-c^2)$$

if 0 is the circumcentre of the triangle.

Or

(ஆ) ஒரு கடிமப்பொருளில் செயல்படும் மூன்று விசைகளின் அளவு, திசை மற்றும் செயல்படுகோடு முறையே முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் எனில் அவை திருப்புத்திறன் முக்கோணப்பரப்பில் இருமடங்காக உள்ள ஜோடிக்குச் சமானம் என நிரூபி.

If three forces acting on a rigid body be represented in magnitude, direction and line of action by the sides of a triangle taken in order, then prove that they are equivalent to a couble whose moment is twice the area of the triangle.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

12\. (அ) ஒரு கடிமப்பொருளின் மீது செயல்படும் ஒரு தளமான விசைகள் அப்பொருளை சமநிலையில் வைத்திருந்தால், அவை சந்திக்கும் விசைகள் அல்லது இணை விசைகள் என நிரூபி.

If three coplanar forces acting on a rigid body keep it in equilibrium, prove that they must either be concurrent or be all parallel.

Or

(ஆ) P மற்றும் P என்ற சம எடைகள் C என்ற வழுவழுப்பான முனை வழியே செல்லும் ACP மற்றும் BCP என்ற கம்பிகளில் தொங்க விடப்படுகின்றன. AB என்பது அதிக எடை "W" உள்ளதும், அதன் புவி ஈர்ப்பு மையம் A யிலிருந்து "a" அடிதூரத்திலும், B-யிலிருந்து "b" அடிதூரத்திலும் உள்ளது. அடிக்கோட்டிலிருந்து AB-யின் சாய்வுக்கோணம்

$\tan^{-1}\left[\frac{a-b}{a+b} - \tan\left(\sin^{-1}\frac{W}{2p}\right)\right]$ என நிரூபி.

Equal weights P and P are attached to two strings ACP and BCP passing over a smooth peg C. AB is a heavy beam of weight W, whose centre of gravity is a 'a' ft. from A and 'b' ft. from B. Show that AB is inclined to the horizon at an angle

$$\tan^{-1}\left[\frac{a-b}{a+b} - \tan\left(\sin^{-1}\frac{W}{2p}\right)\right].$$

13\. (அ) $P, 4P, 2P, 6P$ என்ற விசைகள், $ABCD$ என்ற சதுரத்தின் பக்கங்கள் AB, BC, CD மற்றும் , DA வழியாக முறையே செயல்படுகின்றன (பக்கத்தின் நீளம் a என்க)

(i) A என்ற முனையில் செயல்படும் விசையாகவும் ஒரு ஜோடியாகவும் அந்த தொகுப்பை மாற்றிடுக.

(ii) AB, AD என்பவைகளை உறுப்பு அச்சாகக் கொண்டு, விளைவு விசையின் செயல்படுகோட்டின் சமன்பாடு $2x - y + 6a = 0$ என நிரூபி.

Forces $P, 4P, 2P, 6P$ act along the sides AB, BC, CD, DA of a square of side a, (i) Reduce the system to a force at A and a couple (ii) show that the equation to the line of action of the resultant is $2x - y + 6a = 0$ with AB and AD as axes of coordinates.

Or

(ஆ) $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ என்ற விசைகள் ஒரு ஒழுங்கான அறுங்கோணத்தின் பக்கங்கள் வழியே முறையே செயல்படுகின்றன. $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 = 0$ எனில், அவை சமநிலையில் இருக்கும் என நிரூபி.

Forces $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ act along the sides of a regular hexagon taken in order. Show that they will be in equilibrium if $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 = 0$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

14\. (அ) உராய்வுக் கூம்பு என்றால் என்னவென்று விவரி.

Explain cone of friction.

Or

(ஆ) ஒரு சீரான ஏணி சொரசொரப்பான சுவர் மற்றும் தரையில் சமநிலையில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. தரையின் உராய்வுக் கெழு μ, அவற்றின் உராய்வுக் கெழு μ'. ஏணி வழுக்கும் நிலையில், ஏணியின் சாய்வுக் கோணம் θ என்பது, $\tan\theta = \dfrac{1-\mu\mu'}{2\mu}$ என இருக்கும் என்று நிரூபி.

A uniform ladder is in equilibrium with one end resting on the ground and the other against a vertical wall ; if the ground and wall be both rough, the coefficients of friction being μ and μ' respectively, and if the ladder be on the point of slipping at both ends, show that θ, the inclination of the ladder to the horizon is given by $\tan\theta = \dfrac{1-\mu\mu'}{2\mu}$.

15\. (அ) ஒரு சங்கிலியத்தின் தொடுகோட்டில் உள்ள எந்த புள்ளியிலிருந்து நிலைத் தூரத்திலிருந்து செல்லும் செங்கோட்டின் நீளம் ஒரு மாறிலி என நிரூபி.

Prove that the length of the perpendicular from the foot of the ordinate on the tangent at any point of the catenary is constant.

Or

(ஆ) $s = c\tan\phi$ என்ற சங்கிலியத்தின் உள்ளீட்டுச் சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the intrinsic equation $s = c\tan\phi$ of the catenary.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16\. (அ) ஒரு கடிமப்பொருளில் செயல்படும் இரு நேர்மாறான சமமற்ற இணையான விளைவு விசையைக் கண்டுபிடி.

Find the resultant of two unlike and unequal parallel forces acting on a rigid body.

Or

(ஆ) ஒரு சீரான வட்டத் தகடு அதன் விளிம்பிலுள்ள A,B,C என்ற மூன்று புள்ளிகளில் கிடைமட்டமாக தாங்கப்பட்டுள்ளது. கிடைப்புள்ளிகள் மீது ஏற்படும் அழுத்தம் $\sin 2A : \sin 2B : \sin 2C$ என்ற விகிதாச்சாரத்தில் இருக்கும் என நிரூபி.

A uniform circular plate is supported horizontally at three points A,B,C of its circumference. Show that the pressures on the supports are in the ratio $\sin 2A : \sin 2B : \sin 2C$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

17. (அ) $2a$ நீளமும் W எடையும் கொண்ட ஒரு சீரான கட்டை b தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளுக்கிடையில் கிடைமட்டத்தில் தாங்கப்படுகிறது. கட்டை, நிலைதடுமாறாமல், அதன் இருமுனைகளிலும் வைக்கக் கூடிய அதிகபட்ச எடை முறையே W_1, W_2 எனில் $\frac{W_1}{W+W_1}+\frac{W_2}{W+W_2}=\frac{b}{a}$ என நிரூபி.

A uniform plank of length $2a$ and weight W is supported horizontally on two vertical props at a distance b apart. The greatest weight that can be placed at the two ends in succession without upsetting the plank are W_1 and W_2 respectively. Show that

$$\frac{W_1}{W+W_1}+\frac{W_2}{W+W_2}=\frac{b}{a}.$$

Or

(ஆ) ஒரு வழுவழுப்பான அரைக் கோள வட்டின் ஆரம் r . அதன் விளிம்பு கிடைமட்டத்தில் உள்ளது. ஒரு சீரான கம்பியின் ஒருமுனை அதன் உள்பகுதியில் தொட்டுள்ளது. வட்டுக்குள் உள்ள கம்பியின் நீளம் C எனில், கம்பியின் மொத்த நீளம் $\frac{4}{c}\left(c^2-2r^2\right)$ என நிரூபி.

A smooth hemisphere bowl of radius r is held with its rim horizontal. A uniform rod rests with one end against the inner surface of the bowl. If the portion of the rod within the bowl is of length C, show that the total length of the rod is $\frac{4}{c}\left(c^2-2r^2\right)$.

18. (அ) ஒரு தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள, இரு புறமும் திறக்கப்பட்டுள்ள வெற்று உருளைக்குள், எடை W, ஆரம் r கொண்ட இரு சம கோளங்கள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. உருளையின் ஆரம் 'a' (<2r) எனில், கோளங்களுக்கு இடையே உள்ள எதிர்விசையைக் கண்டுபிடி.

Two equal smooth spheres, each of weight W and radius r, are placed inside a smooth hollow cylinder, open at both ends which rests on a smooth horizontal plane. If 'a' (<2r) be the radius of the cylinder, find the reaction between the spheres.

Or

(ஆ) $ABCD$ என்ற வட்ட நாற்கரத்தின் பக்கங்கள் AB, BC, CD, DA வழியே P, Q, R, S என்ற விசைகள் செயல்படுகின்றன. AB அந்த வட்டத்தின் விட்டம் ஆகும். அவை சமநிலையில் இருந்தால், $R^2=P^2+Q^2+S^2+\frac{2PQS}{R}$ என நிரூபி.

Forces P, Q, R, S act along the sides AB, BC, CD, DA of the cyclic quadrilateral $ABCD$, taken in order where A and are the extremities of a diameter. If they are in equilibrium, prove that

$$R^2=P^2+Q^2+S^2+\frac{2PQS}{R}.$$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

19. (அ) α சாய்கோணத்தில் உள்ள ஒரு தளத்திற்கு இணையாக செயல்படும் ஒரு விசை, நழுவிச் செல்லும் நிலையில் உள்ள விசையில் n மடங்கு எனில், $\tan\alpha = \mu\frac{n+1}{n-1}$ என நிரூபி.

If the force, which acting parallel to a rough plane of inclination α to the horizon is just sufficient to draw a weight up, be n times the force which will just let it be on the point of slipping down, show that $\tan\alpha = \mu\frac{n+1}{n-1}$.

Or

(ஆ) ஒரு சீரான ஏணியின் ஒருமுனை சீரற்ற அடித்தளத்திலும், மறுமுனை சீரற்ற உச்சியான சுவரிலும் எல்லைக்குட்பட்ட சமநிலையில் உள்ளன. தளத்திலும் சுவற்றிலும் உராய்வுக்கெழு முறையே λ, λ' எனில் தரையோடு ஏணியின் சாய்வுக் கோணம் θ என்பது $\tan\theta = \frac{\cos(\lambda+\lambda')}{2\sin\lambda\cos\lambda'}$ என நிரூபி.

A uniform ladder is in limiting equilibrium with one end resting on a rough horizontal plane and the other against a rough vertical wall, the angles of friction being λ and λ' respectively. Show that the inclination θ of the ladder to the horizon is given by $\tan\theta = \frac{\cos(\lambda+\lambda')}{2\sin\lambda\cos\lambda'}$.

20. (அ) பொது சங்கிலியத்தின் ஒரு பகுதியில் தொடுகோடுகளின் ஓரங்கள் தரையோடு ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் α, β. அந்த பகுதியின் நீளம் l. இரு ஓரங்களும் சங்கிலியத்தின் உச்சியின் ஒரே பக்கத்தில் இருந்தால், ஒரு ஓரம் மற்ற ஓரத்தை விட உயரம் $l\frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$ என நிரூபி.

If α, β be the inclination to the horizon of the tangents at the extremities of a portion of a common catenary and l the length of the portion, show that the height of the one extremity above the other is $l\frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}$, the two extremities being on one side of the vertex of the catenary.

Or

(ஆ) ஒரு பட்டம் h உயரத்தில் பறக்கிறது. நூலின் நீளம் l. அதனால் ஏற்படும் சங்கிலியத்தின் ஒரு முனை தரையோடு உள்ளது. பட்டத்தில் நூல் தரையோடு ஏற்படுத்தும் கோணம் $2\tan^{-1}\frac{h}{l}$ என நிரூபி. மேலும் நூலின் இழுவிசை பட்டத்திலும், தரையிலும் முறையே $\frac{w(l^2+h^2)}{2h}$ மற்றும் $\frac{w(l^2-h^2)}{2h}$ என நிரூபி. (இங்கே w என்பது நூலின் எடை / அலகு நீளம்).

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam