

Reg. No. :

Code No. : 20110

Sub. Code : R 3 MA 65

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2012.

Sixth Semester

Mathematics — Main

Paper XVI — NUMERICAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2008 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. ஒருபடி சமன்பாடுகளின் தீர்வுக்கு காஸ் சைடல் என்பது
(அ) நேரடி முறை
(ஆ) சுழற்சி முறை
(இ) இரண்டும்
(ஈ) இவை ஏதும் இல்லை

Gauss Seidal method to solve the system of linear equation is

- (a) direct method
- (b) iterative method
- (c) both direct and iterative
- (d) none of these

2. காஸ் சைடல் முறையில் ஒருங்கிணைப்பு நிபந்தனையானது

- (அ) $|a_{ij}| \leq 1$ (ஆ) $|a_{ii}| < 1$
- (இ) $|a_{ij}| \geq |a_{ii}|$ (ஈ) ஏதுமில்லை

The condition for convergence of Gauss seidal method is

- (a) $|a_{ij}| \leq 1$ (b) $|a_{ii}| < 1$
- (c) $|a_{ij}| \geq |a_{ii}|$ (d) None

3. செயலி $\mu =$ _____.

- (அ) $\frac{E^{1/2} + E^{-1/2}}{2}$ (ஆ) $\frac{E^{1/2} - E^{-1/2}}{2}$
- (இ) $E^{1/2} - E^{-1/2}$ (ஈ) $E^{1/2} + E^{-1/2}$

Operator $\mu =$ _____.

- (a) $\frac{E^{1/2} + E^{-1/2}}{2}$ (b) $\frac{E^{1/2} - E^{-1/2}}{2}$
- (c) $E^{1/2} - E^{-1/2}$ (d) $E^{1/2} + E^{-1/2}$

4. $y_p = y_n + p \cdot \nabla y_n + \frac{p(p+1)}{1.2} \cdot \nabla^2 y_n + \dots$

குத்திரமானது

- (அ) நியூட்டனின் முன் வேக வேறுபாடு
- (ஆ) நியூட்டன் ஸ்டெர்லிங்
- (இ) நியூட்டனின் பின் முக வேறுபாடு
- (ஈ) பெஸ்ஸில்

$y_p = y_n + p \cdot \nabla y_n + \frac{p(p+1)}{1.2} \cdot \nabla^2 y_n + \dots$ is the formula of

- (a) Newton's forward interpolation
- (b) Newton's sterling
- (c) Newton's backward interpolation
- (d) Bessel's

5. $\frac{1}{h} \left[\nabla y_n + \frac{1}{2} \nabla^2 y_n + \frac{1}{3} \nabla^3 y_n + \dots \right]$ ன் குத்திர குறியீடு

(அ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0}$ (ஆ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x \neq x_0}$

(இ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0-nh}$ (ஈ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0+nh}$

$\frac{1}{h} \left[\nabla y_n + \frac{1}{2} \nabla^2 y_n + \frac{1}{3} \nabla^3 y_n + \dots \right]$ is a formula for

(a) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0}$ (b) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x \neq x_0}$

(c) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0-nh}$ (d) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0+nh}$

6. $\frac{1}{h} \left[\left(\frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} \right) - \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta^2 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2} \right) + \right.$
 $\left. \frac{1}{30} \left(\frac{\Delta^5 y_{-2} + \Delta^5 y_{-3}}{2} \right) + \dots \right]$

ன் குத்திர குறியீடு

(அ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0}$ (ஆ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0+ph}$

(இ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0-ph}$ (ஈ) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x \neq x_0}$

$\frac{1}{h} \left[\left(\frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} \right) - \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta^2 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2} \right) + \right.$
 $\left. \frac{1}{30} \left(\frac{\Delta^5 y_{-2} + \Delta^5 y_{-3}}{2} \right) + \dots \right]$

is a formula for

(a) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0}$ (b) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0+ph}$

(c) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0-ph}$ (d) $\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x \neq x_0}$

7. $f(0) = 1, f(1/3) = 0.75, f(2/3) = 0.6, f(1) = 0.5$ எனில்
 $\int_0^1 f(x) dx$ -ன் சரிவகம் சார்ந்த விதி ————— மதிப்பு.

(அ) 0.7 (ஆ) 0.6

(இ) 0.8 (ஈ) 1.6

If $f(0) = 1, f(1/3) = 0.75, f(2/3) = 0.6, f(1) = 0.5$ then

the value of $\int_0^1 f(x) dx$ using trapezoidal rule is

(a) 0.7 (b) 0.6

(c) 0.8 (d) 1.6

8. சிம்சன் விதி தொகையிடலில் சரியாக தொடர் படி சமன்பாடு எவற்றை விட அதிகமாக இருக்காது.

- (அ) 2 (ஆ) 3
(இ) 4 (ஈ) 5

Simpson's rule is integration is exact for all polynomials of degree not exceeding.

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 5

9. பொது தொகையிடல் சூத்திரமானது

$$y(n) = y(0) + \int_{x_0}^x f(x, y_{(n-1)}) dx \text{ என்பது}$$

- (அ) ஆய்லர் முறை
(ஆ) டெய்லர் முறை
(இ) பிக்காட்ஸ் மறு செய்கை
(ஈ) மில்னி முறை

General integrative formula

$$y(n) = y(0) + \int_{x_0}^x f(x, y_{(n-1)}) dx \text{ is called as}$$

- (a) Euler's method
(b) Taylor's method
(c) Piccard's iteration methods
(d) Milne's method

10. ஒரு வகைக்கெழு சமன்பாட்டை தீர்ப்பதற்கு எல்லா நிபந்தனைகளையும் முதல் நிலையாக கொடுப்பதினை எவ்வாறு அழைக்கப்படும்.

- (அ) எல்லை மதிப்பு கணக்கு
(ஆ) முதல் மதிப்பு கணக்கு
(இ) எண்வகைக் கெழு
(ஈ) இவை ஏதும் இல்லை

If all conditions are specified initially to solve linear differential equations then it is called a

- (a) Boundary value problem
(b) Initial value problem
(c) Numerical differentiation
(d) None of these

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) கீழே கொடுக்கப்பட்ட அணியினை மூலைவிட்ட மேம்பாட்டு அணியாக எழுதுக.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 4 & 2 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Write the diagonal dominant matrix of the following coefficient matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 4 & 2 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Or

- (ஆ) காஸ் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தி ஒரு தலைகீழ் அணியைக் காண்பதற்கான முறையை விவரி.

Explain the method of calculating the inverse of matrix by Gauss elimination method.

12. (அ) கீழ்க்காணும் பட்டியலில் y_9 இன் மதிப்பைக் காண்க.

$x: 5 \quad 7 \quad 11 \quad 13 \quad 17$

$y: 150 \quad 392 \quad 1452 \quad 2366 \quad 5202$

நியூட்டன் விதியைப் பயன்படுத்தி வகுபட்ட வேறுபாட்டுப் பட்டியல் அமைக்கவும்.

From the following data find y_9

$x: 5 \quad 7 \quad 11 \quad 13 \quad 17$

$y: 150 \quad 392 \quad 1452 \quad 2366 \quad 5202$

Using Newton's dividend difference formula.

Or

Page 8

Code No. : 20110

- (ஆ) கீழ்க்காணும் அட்டவணியிலிருந்து நியூட்டனின் வகுத்தல் வேறுபாட்டு சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி $f(2)$ ன் மதிப்பை காண்க.

$x: 4 \quad 5 \quad 7 \quad 10 \quad 11 \quad 13$

$f(x): 48 \quad 100 \quad 294 \quad 900 \quad 1210 \quad 2028$

Using Newton's divided difference formula find the value of $f(2)$ from the following table :

$x: 4 \quad 5 \quad 7 \quad 10 \quad 11 \quad 13$

$f(x): 48 \quad 100 \quad 294 \quad 900 \quad 1210 \quad 2028$

13. (அ) நியூட்டனின் பின்னோக்கு வித்தியாச சூத்திரத்தை

பயன்படுத்தி $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=x_n}$ -ஐ காணும் முறையினை

விவரித்து எழுதுக.

Explain Newton's backward difference formula method to find $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=x_n}$.

Or

- (ஆ) நியூட்டனின் முற்போக்கு வித்தியாச சூத்திரத்தை

பயன்படுத்தி $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=x_0}$ -ஐ காணும் முறையினை

விவரித்து எழுதுக.

Explain Newton's forward difference formula to find $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=x_0}$.

Page 9

Code No. : 20110

14. (அ) சரிவகம் சார்ந்த முறையில் $h=0.05$ எனக் கொண்டு $\int_0^1 e^x dx$ -ன் மதிப்பு காண்.

Evaluate $\int_0^1 e^x dx$ taking $h=0.05$, using trapezoidal rule.

Or

- (ஆ) இடைவெளியை 6 சமபாகங்களாகப் பிரித்து, சரிவகம் சார்ந்த விதிப்படி $\int_{-3}^3 x^4 dx$ -ஐ தீர்.

Evaluate $\int_{-3}^3 x^4 dx$ by using trapezoidal rule.

(Divide the range into 6 equal parts.)

15. (அ) 4-ம் படி ரங்கே-குட்டா நான்கு வரிசை முறையில், $\frac{dy}{dx} = -y$ $y(0)=1$ எனில் $x=0.1, 0.2$ புள்ளிகளில் y -ன் மதிப்பு காண்.

Obtain the value of y at $x=0.1, 0.2$ using R-K method of fourth order for the differential equation $\frac{dy}{dx} = -y$, given $y(0)=1$.

Or

- (ஆ) ரங்கே-குட்டாவின் நான்காவது வரிசை முறையை பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ -ன் வகை கெழுவின தீர்வினை விவரித்து எழுதுக.

Explain fourth order Runge-Kutta method to solve $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ with $y(x_0) = y_0$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பினை காஸ்-ஜோர்டான் முறையில் தீர் :

$$x + y + z = 9$$

$$2x - 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40.$$

Solve the following system of equations by Gauss-Jordan method.

$$x + y + z = 9$$

$$2x - 3y + 4z = 13$$

$$3x + 4y + 5z = 40.$$

Or

(ஆ) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பினை காஸ்-நீக்கல் பின்னோக்கு பிரதியிடல் முறையினை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

$$2x + 3y - z = 5$$

$$4x + 4y - 3z = 3$$

$$2x - 3y + 2z = 2.$$

Solve the following system of equations by Gauss Elimination backward substitution method.

$$2x + 3y - z = 5$$

$$4x + 4y - 3z = 3$$

$$2x - 3y + 2z = 2.$$

17. (அ) ஸ்டெர்லிங் வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி $f(1.63)$ -ன் மதிப்பு காண்.

$$x: \quad 1.50 \quad 1.60 \quad 1.70 \quad 1.80 \quad 1.90$$

$$f(x): \quad 17.608 \quad 20.412 \quad 23.045 \quad 25.527 \quad 27.875$$

Use Stirling's formula to find $f(1.63)$ given

$$x: \quad 1.50 \quad 1.60 \quad 1.70 \quad 1.80 \quad 1.90$$

$$f(x): \quad 17.608 \quad 20.412 \quad 23.045 \quad 25.527 \quad 27.875$$

Or

(ஆ) n - உருப்பு பல்உருப்பு கோவையின் n -ன் வித்தியாசம் ஒரு மாறிலி என நிறுவுக.

Prove that n^{th} difference of a polynomial of n^{th} degree is constant.

18. (அ) கீழ்க்கண்ட அட்டவணை விபரங்கள் மூலம் $\frac{d^2y}{dx^2}$ at

$x = 51$ காண்க.

$$x: \quad 50 \quad 60 \quad 70 \quad 80 \quad 90$$

$$y: \quad 19.65 \quad 36.65 \quad 58.81 \quad 77.21 \quad 94.61$$

Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 51$ from the following data :

$$x: \quad 50 \quad 60 \quad 70 \quad 80 \quad 90$$

$$y: \quad 19.65 \quad 36.65 \quad 58.81 \quad 77.21 \quad 94.61$$

Or

(ஆ) y -ன் மீச்சிறு மற்றும் மீப்பெரு மதிப்புகளை கீழ்க்காணும் அட்டவணையை பயன்படுத்தி காண்.

$$x: \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$y: \quad 0 \quad 0.25 \quad 0 \quad 2.25 \quad 16.00 \quad 56.25$$

Find the maximum and minimum values of y from the following table

$$x: \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$y: \quad 0 \quad 0.25 \quad 0 \quad 2.25 \quad 16.00 \quad 56.25$$

19. (அ) சமநிலைத் தூரத்தில் நியூட்டன்-கோட்ஸ் குவாட்ராச்சர் சூத்திரத்தை தருவி.

Derive Newton-Cote's quadrature formula for equidistant ordinates.

Or

- (ஆ) சரிவகம் சார்ந்த மற்றும் சிம்சனின் விதிப்படி

$h = 0.5$ எனக் கொண்டு $\int_0^1 \int_0^1 e^{x+y} dx dy$ -ன் மதிப்பை காண்.

Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 e^{x+y} dx dy$ - using trapezoidal rule and Simpson's rule with $h = 0.5$.

20. (அ) பிக்கார்ட்ஸ் முறையில் $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$; $y(0) = 1$ ன் தீர்வு காண்.

Solve : $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$; $y(0) = 1$ using Picard's method.

Or

- (ஆ) $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y(0) = 1$; $h = 0.1$ எனக் கொண்டு

நான்காம் ரங்கே சூட்டா முறையில் $x = 0.2$ எனும் போது y -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Apply fourth order Runge-Kutta method, to find an approximate value of y when $x = 0.2$,

given that $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y(0) = 1$; $h = 0.1$.