

Reg. No. : .....

Code No. : 30134

Sub. Code : R 3 MA 5 E/  
B 3 MA 5 E

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,  
NOVEMBER 2013.

Fifth Semester

Mathematics — Main

Paper XI — NUMBER THEORY — Elective

(For those who joined in July 2008 to 2011)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — ( $10 \times 1 = 10$  marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் லூகாஸ் வரிசை எது?
- (அ) 1,1,2,4,7,11,..... (ஆ) 1, 3, 4, 7, 11, 18,.....
- (இ) 1, 1, 2, 3, 5, 7, 10.... (ஈ) 1, 2, 3, 5, 8, 12, 17,....

Which of the following is Lucas sequence?

- (a) 1,1,2,4,7,11,..... (b) 1, 3, 4, 7, 11, 18,.....
- (c) 1, 1, 2, 3, 5, 7, 10.... (d) 1, 2, 3, 5, 8, 12, 17,....





2.  $n$  ஒரு ஒற்றைப்படை எண் மற்றும்  $r = \frac{1}{2}(n-1)$  எனில்

(அ)  $\binom{n}{r} = \binom{n}{r+1}$  (ஆ)  $\binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}$   
 (இ)  $\binom{n}{r} = \binom{n}{r-1}$  (ஈ)  $\binom{n+1}{r} = \binom{n+1}{r+1}$

If  $n$  is an odd integer and  $r = \frac{1}{2}(n-1)$ , then

(a)  $\binom{n}{r} = \binom{n}{r+1}$  (b)  $\binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}$   
 (c)  $\binom{n}{r} = \binom{n}{r-1}$  (d)  $\binom{n+1}{r} = \binom{n+1}{r+1}$

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் தவறானது எது?

(அ)  $a/b$  மற்றும்  $a/c$  எனில்  $a^2/bc$   
 (ஆ)  $a/b$  மற்றும்  $c/d$  எனில்  $ac/bd$   
 (இ)  $a/b + c$  எனில்  $a/b$  அல்லது  $a/c$

(ஈ)  $c \neq 0$  எனில்  $a/b \Leftrightarrow ac/bc$

Which of the following is false?

(a) If  $a/b$  and  $a/c$  then  $a^2/bc$   
 (b) If  $a/b$  and  $c/d$  then  $ac/bd$   
 (c) If  $a/b + c$  then either  $a/b$  or  $a/c$   
 (d)  $a/b$  iff  $ac/bc$  where  $c \neq 0$ .

4. மீ. பொ.ம  $(a, b) = ab$  எனில் மீ.பொ.வ  $(a, b) = ?$

(அ) 1

(ஆ)  $|a|$

(இ)  $|b|$

(ஈ) மேற்குறிப்பிட்ட எதுவும் இல்லை

If  $\text{lcm}(a, b) = ab$  then  $\text{gcd}(a, b) = ?$

(a) 1

(b)  $|a|$

(c)  $|b|$

(d) None of these

5.  $n^3 - 1$  என்றவாறு எத்தனை பகா எண்கள் உள்ளன?

(அ) 0

(ஆ) 1

(இ) 2

(ஈ) இவை ஏதுமில்லை

How many prime numbers are of the form  $n^3 - 1$ ?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) None of these

6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் விகிதமுறா எண்(கள்) யாவை?

(அ)  $3^{\frac{1}{2}}$

(ஆ)  $11^{\frac{1}{2}}$

(இ)  $4^{\frac{1}{4}}$

(ஈ) மேற்குறிப்பிட்ட அனைத்தும்





Which of the following is/are irrational?

- (a)  $3^{\frac{1}{2}}$  (b)  $11^{\frac{1}{2}}$   
(c)  $4^{\frac{1}{4}}$  (d) All the above

7.  $2^{50}$  - ஐ 6-ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதி

- (அ) 2 (ஆ) 4  
(இ) 1 (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

The remainder when  $2^{50}$  is divided by 6 is

- (a) 2 (b) 4  
(c) 1 (d) None of these

8.  $18x \equiv 30 \pmod{42}$  என்ற ஒரு படி ஒருங்கிசைவு சமன்பாட்டுக்கு

- (அ) 2 தீர்வுகள் (ஆ) 3 தீர்வுகள்  
(இ) 6 தீர்வுகள் (ஈ) ஒரே ஒரு தீர்வு

The linear congruence  $18x \equiv 30 \pmod{42}$  has

- (a) 2 solutions (b) 3 solutions  
(c) 6 solutions (d) Unique solution

9.  $p$  ஒரு பகா எண் எனில்  $(p-1)!$  - ஐ  $p$  வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதி யாது?

- (அ)  $p-1$  (ஆ)  $p-2$   
(இ)  $\frac{p-1}{2}$  (ஈ)  $\frac{p+1}{2}$

If  $p$  is a prime find the remainder when  $(p-1)!$  is divisible by  $p$

- (a)  $p-1$  (b)  $p-2$   
(c)  $\frac{p-1}{2}$  (d)  $\frac{p+1}{2}$

10.  $p, q$  ஆகியன வெவ்வேறான பகா எண்கள் எனில்,  $p^{q-1} + q^{p-1}$  கீழ்க்கண்ட எதனுடன் ஒருங்கிசைவு உடையது?

- (அ)  $-1 \pmod{p}$  (ஆ)  $-1 \pmod{q}$   
(இ)  $1 \pmod{pq}$  (ஈ)  $-1 \pmod{pq}$

If  $p$  and  $q$  are distinct primes then  $p^{q-1} + q^{p-1}$  is congruent to

- (a)  $-1 \pmod{p}$  (b)  $-1 \pmod{q}$   
(c)  $1 \pmod{pq}$  (d)  $-1 \pmod{pq}$





PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ)  $n \geq 1$  எனில்  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

எனும் சூத்திரத்தை கணித தொகுத்தறி முறையில் நிலை நிறுத்துக.

By mathematical induction establish the formulae.

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$  for all  $n \geq 1$ .

Or

(ஆ) முதல் தொகுப்பியல் கொள்கையை எழுதி நிரூபி.

State and prove first principle of induction.

12. (அ)  $t_n$  என்பது  $n$ -ஆவது முக்கோண எண்ணைக் குறிக்குமாயின்  $t_1 + t_2 + \dots + t_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

என நிரூபி.

If  $t_n$  denotes the  $n$ th triangular number, prove that  $t_1 + t_2 + \dots + t_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ ,  $n \geq 1$ .

Or

(ஆ) யூக்ளிடின முன்மொழித் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Euclid's lemma.

13. (அ)  $\sqrt{2}$  என்பது ஒரு விகிதமுறா எண் என நிரூபி.

Prove that the number  $\sqrt{2}$  is irrational.

Or

(ஆ)  $P$  -ஒரு பகா எண் மற்றும்  $P/ab$  எனில்  $P/a$  அல்லது  $P/b$  என காட்டுக.

If  $P$  is a prime and  $P/ab$ , then show that  $P/a$  or  $P/b$ .

14. (அ)  $41^{65}$  மற்றும்  $2^{50}$  ஆகியவற்றை 7 வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

Find the remainder when  $41^{65}$  and  $2^{50}$  are divided by 7.

Or





(ஆ)  $x \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $x \equiv 2 \pmod{5}$ ,  $x \equiv 3 \pmod{7}$  ஆகிய இயைந்த ஒருங்கிசைவு சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்க.

Solve the simultaneous congruence's  $x \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $x \equiv 2 \pmod{5}$ ,  $x \equiv 3 \pmod{7}$ .

15. (அ) விட்டில் பெர்மேட் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Little Fermat's theorem.

Or

(ஆ) வில்சன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Wilson's theorem.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) ஈருறுப்புத் தேற்றத்தை தொகுத்தறி முறையில் நிலை நிறுத்துக.

Establish the binomial theorem by induction.

Or

(ஆ) லூகாஸ் வரிசை  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ,  $n \geq 3$  என்பதை கருத்தில் கொள்க. இரண்டாம் தொகுத்தறிமுறை கொள்கையைப் பயன்படுத்தி  $a_n < \left(\frac{7}{4}\right)^n$ ,  $n \geq 1$  என நிரூபி.

Consider the Lucas sequence  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  for all  $n \geq 3$  using second principle of induction prove that  $a_n < \left(\frac{7}{4}\right)^n$  for all  $n \geq 1$ .

17. (அ) வகுத்தல் கணக்குமுறையை எழுதி நிரூபிக்க.

State and prove the division algorithm.

Or

(ஆ) ஒரு வாடிக்கையாளர் ரூ. 132-க்கு ஒரு டஜன் ஆப்பிள் மற்றும் ஆரஞ்சு பழங்களை வாங்கினார். ஓர் ஆப்பிளின் விலை ஓர் ஆரஞ்சின் விலையை விட ரூ. 3 அதிகம். மற்றும் ஆரஞ்சுகளை விட ஆப்பிள்கள் அதிகமாக வாங்கப்பட்டிருந்தால் ஒவ்வொன்றிலும் வாங்கிய எண்ணிக்கையைக் காண்க.

A customer bought a dozen pieces of fruit, apples and oranges for Rs. 132. If an apple costs Rs. 3 more than an oranges and more apples than oranges were purchased, how many pieces of each kind were bought?

18. (அ)  $p, p+d, p+2d, \dots, p+(n-1)d$  என்ற கூட்டுத் தொடரின் அனைத்து  $n(>2)$  உறுப்புகளும் பகா எண்கள் எனில் இத்தொடரின் பொது வித்தியாசம்  $d$   $n$ -ஐ விட குறைவாக உள்ள அனைத்து பகா எண்களாலும் வகுபடும் என நிரூபிக்க.





If all the  $n(>2)$  terms of the arithmetic progression  $p, p+d, p+2d, \dots, p+(n-1)d$  are prime numbers, prove that the common difference  $d$  is divisible by every prime  $q < n$ .

Or

(ஆ) இயற்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Fundamental theorem of Algebra.

19. (அ) சைனிஸ் ரிமைண்டர் தேற்றத்தினை எழுதி நிரூபி.  
State and prove Chinese Remainder theorem.

Or

(ஆ) 2, 3, 4, 5 ஆகிய எண்களால் வகுக்கும் போது முறையே 3, 4, 5, 6 மீதியாகக் கிடைக்கும் முழு எண்ணைக் காண்க.

Find an integer having the remainders 2, 3, 4, 5 when divided by 3, 4, 5, 6 respectively.

20. (அ) பெர்மாட்டின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்க ஓர் உதாரணத்தின் மூலம் அதன் மறுதலை உண்மை இல்லை எனக் காட்டுக.

State and prove Fermat's theorem. Show by an illustration that converse of Fermat's theorem is false.

Or

Page 10 Code No. : 30134

(ஆ)  $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ ,  $p$  - ஒரு ஒற்றை பகா எண், என்ற இரு படி முற்றொருமை சமன்பாட்டிற்கு ஒரு தீர்வு உண்டு என்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை  $p \equiv 1 \pmod{4}$  என நிரூபி.

Prove that the quadratic congruence  $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ , where  $p$  is an odd prime has a solution iff  $p \equiv 1 \pmod{4}$ .

Page 11 Code No. : 30134

