(ஆ) (i) $1-\frac{\cos 2\theta}{2!}+\frac{\cos 4\theta}{4!}+\ldots\infty$ வரை கூட்டுக.

(ii) க்ரிகாரியின் கூட்டுத்தொடர் பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.

(i) Sum the series
$$1-\frac{\cos 2\theta}{2!}+\frac{\cos 4\theta}{4!}+\ldots \text{to } \infty.$$

(ii) Write a short note on Gregory's series.

Reg. No. : ....

Code No. : 20824 **Sub. Code : GMMA 31/ GMMC 31**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2015.

Third Semester

Mathematics – Main

SEQUENCES, SERIES AND TRIGONOMETRY

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$ என்ற தொடரின் மீப்பெரு கீழ் எல்லை

(அ) 1 (ஆ) $\frac{1}{n}$

(இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) 0

The g.l.b of the sequence $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$, is

(a) 1 (b) $\frac{1}{n}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

2. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} =$ ________.

(அ) 4 (ஆ) 2

(இ) 1 (ஈ) 0

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} =$ ________.

(a) 4 (b) 2

(c) 1 (d) 0

3. $\lim_{n\to\infty} n^{1/n} =$ ________.

(அ) 2 (ஆ) −1

(இ) 0 (ஈ) 1

$\lim_{n\to\infty} n^{1/n} =$ ________.

(a) 2 (b) −1

(c) 0 (d) 1

4. $\lim_{n\to\infty} \frac{x^n}{n!} =$ ________.

(அ) 6 (ஆ) 2

(இ) 1 (ஈ) 0

$\lim_{n\to\infty} \frac{x^n}{n!} =$ ________.

(a) 6 (b) 2

(c) 1 (d) 0

5. $\sum \frac{1}{n}$ என்ற கூட்டுத்தொடர்

(அ) குவிகிறது

(ஆ) விரிகிறது

(இ) ∞ நோக்கி விரிகிறது

(ஈ) (ஆ) மற்றும் (இ)

The series $\sum \frac{1}{n}$

(a) converges (b) diverges

(c) diverges to ∞ (d) (b) and (c)

6. $\sum \frac{n^n}{n!}$ என்ற கூட்டுத்தொடர்

(அ) விரிகிறது (ஆ) குவிகிறது

(இ) 1 இல் குவிகிறது (ஈ) 2 இல் குவிகிறது

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The series $\sum \frac{n^n}{n!}$

(a) diverges (b) converges

(c) converges to 1 (d) converges to 2

7. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} =$ ————————.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) 2 (ஈ) 3

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} =$ ————————.

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

8. இரு கூட்டுத்தொடர்களின் பெருக்கலின் குவியும் தன்மையை விளக்குவது

(அ) ஆய்லர் தேற்றம் (ஆ) ஏபெல் தேற்றம்

(இ) நியூட்டன் தேற்றம் (ஈ) லாக்ராஞ்ச் தேற்றம்

The convergence of the product of two series is described by

(a) Euler theorem (b) Abel theorem

(c) Newton theorem (d) Lagrange theorem

9. $\cos\theta + i\sin\theta =$ ————————.

(அ) $e^{i\theta}$ (ஆ) $e^{-i\theta}$

(இ) $e^{2\theta}$ (ஈ) $e^{-2\theta}$

$\cos\theta + i\sin\theta =$ ————————.

(a) $e^{i\theta}$ (b) $e^{-i\theta}$

(c) $e^{2\theta}$ (d) $e^{-2\theta}$

10. $\cosh^2 x - \sinh^2 x$ என்பதன் மதிப்பு

(அ) 2 (ஆ) –1

(இ) 0 (ஈ) 1

The value of $\cosh^2 x - \sinh^2 x$ is

(a) 2 (b) –1

(c) 0 (d) 1

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) (a_n) என்பது ஒரு சீரான தொடர் எனில் $\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}\right)$ என்பதும் ஒரு சீரான தொடர் என நிறுவுக.

Prove that if (a_n) is a monotonic sequence, then $\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}\right)$ is also a monotonic sequence.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) $((-1)^n)$ என்பது ஒரு குவியாத தொடர் எனக் காட்டுக.

Show that $((-1)^n)$ is not a convergent sequence.

12. (அ) $a_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{1}{n!}$ எனில் $\lim_{n\to\infty} a_n$ என்பதன் மதிப்பு 2 மற்றும் 3 என்ற எண்களுக்கு இடையில் அமையும் என நிறுவுக.

Prove that the value of $\lim_{n\to\infty} a_n$ lies between the numbers 2 and 3 if $a_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{1}{n!}$.

Or

(ஆ) $|r| < 1$ எனில் $(nr^n) \to 0$ என நிறுவுக.

Prove that if $|r| < 1$, then $(nr^n) \to 0$.

13. (அ) $1 + r + r^2 + \ldots + r^n + \ldots$ என்பது ஒரு முடிவில்லாமல் அலைவுறும் கூட்டுத்தொடர் என நிறுவுக.

Prove that the series $1 + r + r^2 + \ldots + r^n + \ldots$ is a series which oscillates infinitely.

Or

(ஆ) $\sum\left(\frac{1}{2^n}\right)$ என்ற கூட்டுத்தொடர் 1இல் குவிகிறது எனக் காட்டுக.

Show that the series $\sum\left(\frac{1}{2^n}\right)$ converges to 1.

14. (அ) $1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \ldots$ என்ற கூட்டுத்தொடரின் குவியும் தன்மையை ஆராய்க.

Test the convergence of the series $1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \ldots$

Or

(ஆ) ஏபெலின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Abel's theorem.

15. (அ) $\cosh u = \sec\theta$ எனில் $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

If $\cosh u = \sec\theta$, show that $u = \log\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$.

Or

(ஆ) $\log(1 - i)$ என்பதன் மதிப்பு காண்க.

Find the value of $\log(1 - i)$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) $(a_n) \to a$ மற்றும் $(b_n) \to b$ எனில் $(a_n b_n) \to ab$ என நிறுவுக.

Prove that if $(a_n) \to a$ and $(b_n) \to b$, then $(a_n b_n) \to ab$.

Or

(ஆ) $a > 0$ என்பது ஒரு மெய்யெண் எனில் $\lim_{n\to\infty} (a^{1/n}) = 1$ எனக் காட்டுக.

Show that $\lim_{n\to\infty} (a^{1/n}) = 1$ if $a > 0$ is any real number.

17. (அ) (r^n) என்ற பெருக்குத் தொடரின் தன்மையை விவாதி.

Discuss the behaviour of the geometric sequence (r^n).

Or

(ஆ) காஷியின் முதல் எல்லைத் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Cauchy's first limit theorem.

18. (அ) ஒப்பீட்டு பரிசோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Comparison test.

Or

(ஆ) $\sum \frac{n^3 + a}{2^n + a}$ என்பதன் குவியும் தன்மையைச் சோதனையிடுக.

Test the convergence of $\sum \frac{n^3 + a}{2^n + a}$.

19. (அ) $\sum (-1)^n \left[\sqrt{(n^2+1)} - n \right]$ என்ற கூட்டுத் தொடர் கட்டுப்பாட்டுடன் குவியும் எனக் காட்டுக.

Show that the series $\sum (-1)^n \left[\sqrt{(n^2+1)} - n \right]$ is conditionally convergent.

Or

(ஆ) மெர்டெனின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Merten's theorem.

20. (அ) பொது மதிப்பு காண்க :

(i) $Log_{(-3)} \cdot (-2)$.

(ii) $Log(1+i)$.

Find the general value :

(i) $Log_{(-3)} \cdot (-2)$.

(ii) $Log(1+i)$.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam