

A particle is moving with SHM. If the distances from the centre of oscillation at three consecutive seconds are x_1, x_2, x_3 respectively, then prove that the period of oscillation is $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$.

20. (அ) (i) வரையறு : கோண வேகம், பரப்பு வேகம், மைய விசைப் பாதை
(ii) மைய விசைப் பாதையில் நகரும் துகளுக்கு பரப்பு திசைவேகம் மாறாதது எனக் காட்டுக.
(இ) Define : Angular velocity, areal velocity and central orbit.
(ii) Show that the areal velocity is a constant for a particle describing central orbit.

Or

- (ஆ) $r^n = a^n \cos n\theta$ என்ற வளைவரையை உருவாக்கும் விசை விதியினைக் காண்க. $n = \pm 1, \pm 2$ வகைகளை விவாதிக்க.

Find the law of force towards the pole under which the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ can be described. Discuss the cases $n = \pm 1, \pm 2$.

Reg. No. :

Code No. : 20830

Sub. Code : GMMA 63/
GMMC 63

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Sixth Semester

Mathematics – Main

MECHANICS

(Also common to Maths with CA)

(For those who joined in July 2012 – 2015)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. ஒரு கட்டிறுக்கப் பொருளின் மேல் ஒரு தரத்தின் விசைகளின் தொகுதி செயல்படுமானால், அப்பொருள் ஓய்வு நிலையில் இருந்தால்
(அ) $X = 0, Y = 0$
(ஆ) $X = 0, G = 0$
(இ) $X = 0, Y = 0, G = 0$
(ஈ) $G = 0$



A system coplanar forces acting on a rigid body are in equilibrium if _____

- (a) $X = 0, Y = 0$
- (b) $X = 0, G = 0$
- (c) $X = 0, Y = 0, G = 0$
- (d) $G = 0$

2. P, Q ஆகியன இரு விசைகள் எனில் அதன் மீச்சிறு விளை விசை _____

- (அ) $P + Q$ (ஆ) $P - Q$
- (இ) $\frac{P}{Q}$ (ஈ) இவையேதுமில்லை

If P, Q are two forces then the least resultant is _____

- (a) $P + Q$ (b) $P - Q$
- (c) $\frac{P}{Q}$ (d) None of these

3. ஒரு விசை F -ன், அதே திசையில் கூறிட்ட பகுதி _____

- (அ) $2F$ (ஆ) F
- (இ) $-F$ (ஈ) 0

The resolved part of F in it's own direction is

- (a) $2F$ (b) F
- (c) $-F$ (d) 0

4. μ - உராய்வு கெழு, λ - உராய்வுக் கோணம் எனில் _____

- (அ) $\tan \mu = \lambda$ (ஆ) $\tan \lambda = \mu$
- (இ) $\cos \mu = \lambda$ (ஈ) $\cot \lambda = \mu$

If μ - coefficient of friction, λ - angle of friction then _____

- (a) $\tan \mu = \lambda$ (b) $\tan \lambda = \mu$
- (c) $\cos \mu = \lambda$ (d) $\cot \lambda = \mu$

5. ஒரு எறிபொருளின் பறக்கும் காலம் _____

- (அ) $\frac{2u \cos \alpha}{g}$ (ஆ) $\frac{2u \sin \alpha}{g}$
- (இ) $\frac{u \cos 2\alpha}{g}$ (ஈ) $\frac{u \sin 2\alpha}{g}$

The time of flight of a projectile is _____

- (a) $\frac{2u \cos \alpha}{g}$ (b) $\frac{2u \sin \alpha}{g}$
- (c) $\frac{u \cos 2\alpha}{g}$ (d) $\frac{u \sin 2\alpha}{g}$



6. β கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரு சாய்தளத்தின் வீச்சு

(அ) $\frac{2u^2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}{g \cos^2 \beta}$

(ஆ) $\frac{2u^2 \cos \alpha \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \beta}$

(இ) $\frac{u^2 \sin(\alpha + \beta)}{g \cos^2 \beta}$

(ஈ) $\frac{u \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha}{g \cos^2 \beta}$

The range on the inclined plane inclined at an angle β is _____

(a) $\frac{2u^2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}{g \cos^2 \beta}$

(b) $\frac{2u^2 \cos \alpha \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \beta}$

(c) $\frac{u^2 \sin(\alpha + \beta)}{g \cos^2 \beta}$

(d) $\frac{u \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha}{g \cos^2 \beta}$

7. திசை வேகத்தின் அளவு என்பது

(அ) வேகம்

(ஆ) மாறிலி

(இ) முடுக்கம்

(ஈ) இவையேதுமில்லை

The magnitude of velocity is _____

(a) speed

(b) constant

(c) acceleration

(d) none of these

8. S.H.M. ன் காலம் _____

(அ) $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

(ஆ) $2\sqrt{\frac{h}{\mu}}$

(இ) $\frac{h}{2}$

(ஈ) $2\sqrt{\frac{\mu}{2\pi}}$

The period of S.H.M. is

(a) $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

(b) $2\sqrt{\frac{h}{\mu}}$

(c) $\frac{h}{2}$

(d) $2\sqrt{\frac{\mu}{2\pi}}$



9. நீள்வட்ட பாதையில் இயங்கும் துகளின் காலம் —————

(அ) $\frac{\pi ab}{h}$

(ஆ) $\frac{2\pi ab}{h}$

(இ) $\frac{\pi ab}{2h}$

(ஈ) $2h\pi ab$

The periodic time of a particle moving in elliptic orbit is —————

(a) $\frac{\pi ab}{h}$

(b) $\frac{2\pi ab}{h}$

(c) $\frac{\pi ab}{2h}$

(d) $2h\pi ab$

10. ஆர வேகம் = —————

(அ) $\dot{r}$

(ஆ) $\ddot{r}$

(இ) $r\dot{\theta}$

(ஈ) $-r\dot{\theta}$

Radial velocity = —————

(a) $\dot{r}$

(b) $\ddot{r}$

(c) $r\dot{\theta}$

(d) $-r\dot{\theta}$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) விசைகளுக்கான முக்கோண விதியை எழுதி நிரூபி.
State and prove the triangle law of forces.

Or

- (ஆ) மூன்று இணை விசைகள் சமநிலையில் இருப்பின் அலை ஒவ்வொன்றும் மற்றைய இரண்டிற்குமிடையேயான தூரத்தின் மடங்காக இருக்கும் என நிரூபி.

If three parallel forces are in equilibrium, show that each is proportional to the distance between other two.

12. (அ) உராய்வு விதிகளைக் கூறுக.
State the laws of friction.

Or

- (ஆ) ஒரு தளத்திலியங்கும் விசைத் தொகுப்பின் விளைவு விசைக்கான சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation to the line of action of the resultant of a system of coplanar forces.

13. (அ) ஒரு எறிபொருள் அடையும் மீப்பெரு உயரம் காண்க.

Find the greatest height attained by a projectile.

Or

- (ஆ) ஒரு எறிபொருளின் பாதையைக் காண்க.

Find the path of the projectile.



14. (அ) t எனும் நேரத்தில் ஒரு நகரும் புள்ளியின் தூரம் $x = a \cos \omega t + b \sin \omega t$, எனில் அது சீரிசை இயக்கத்தில் இருக்கும் என நிரூபி.

If the displacement of a moving point at a time t is given by $x = a \cos \omega t + b \sin \omega t$, prove that the motion is SHM.

Or

- (ஆ) சாமானிய சீரிசை இயக்கத்தின் சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation of simple harmonic motion.

15. (அ) ஒரு மைய ஒழுக்கின் வகைக்கெழு சமன்பாடு காண்க.

Find the differential equation of central force.

Or

- (ஆ) ஒரு கூம்பு பெட்டியின் ஒரு குவியத்தை விசை மையமாகக் கொண்ட மைய ஒழுக்கில் இயங்கும் துகளின் விசை விதி காண்க.

Find the law of force when the particle moves in a conic with centre of force as one of its focus.

Page 8 Code No. : 20830

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $ABCDEF$ என்ற ஒழுங்கான அறுக்கோணத்தின் முனை A - இல் $\overline{AB}$, $2\overline{AC}$, $3\overline{AD}$, $4\overline{AE}$, $5\overline{AF}$ ஆகிய விசைகள் செயல்படுகின்றன. அவைகளின் விளைவு விசையின் அளவு $AB\sqrt{35}$ எனவும் AB யுடன் உண்டாக்கும் கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)$ எனவும் காட்டுக.

$ABCDEF$ is regular hexagon and at A , act forces represented by $\overline{AB}$, $2\overline{AC}$, $3\overline{AD}$, $4\overline{AE}$, $5\overline{AF}$. Show that the magnitude of the resultant is $AB\sqrt{35}$, and that it makes an angle $\tan^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)$ with AB .

Or

- (ஆ) திருப்புத் திறன்களுக்காக வேரிக்கான் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the Varignon's theorem on moments.

17. (அ) ஒரு பொருளின் மேல் செயல்படும் இரு சமமில்லாத விசைகளின் விளைவு விசையினையும் அதன் செயல்படுமிடத்தையும் காண்க.

Find the resultant of two unlike parallel forces acting on a body.

Or

Page 9 Code No. : 20830



(ஆ) ஒரு சீரான கம்பு உள்ளீடற்ற சொரசொரப்பான கோளத்தில் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. கம்பு கோளத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் 2α , உராய்வின் கோணம் λ எனில், கம்பு இடைக்கோட்டுடன் அமைக்கும் கோணம்

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sin 2\lambda}{\cos 2\alpha + \cos 2\lambda} \right) \text{ என நிரூபி.}$$

A uniform rod rests in equilibrium within a rough hollow sphere. If the rod subtends an angle 2α at the centre of the sphere and if λ is the angle of friction, show that the inclination θ of the rod to the horizontal is

$$\tan^{-1} \left(\frac{\sin 2\lambda}{\cos 2\alpha + \cos 2\lambda} \right).$$

18. (அ) சாய்தளத்தின் மீதான எறிபொருளின் வீச்சு மற்றும் அதன் மீப்பெரு மதிப்புக் காண்க.

Find the range of a projectile on an inclined plane and find its maximum values.

Or

(ஆ) இரு இணையான சுவர்களின் உச்சிகளை உராய்ந்து செல்லுமாறு ஒரு பற்று எறியப்படுகிறது. முதல் சுவர் ' a ' உயரமுடையதாகவும் ஒரு தளத்திலிருந்து ' b ' நிலையிலும் உள்ளது. இரண்டாவது சுவர் ' b ' உயரமுடையது மற்றும் எறி இடத்திலிருந்து ' a ' தொலைவிலும் உள்ளது. பந்தின் பாதை இரு சுவர்களுக்கும் நேர்க்குத்தான தளத்தில் அமையுமாயின் கிடைத்தளத்தில் பந்தின் வீச்சு காண். எறிகோணம் $\tan^{-1} 3$ ஐ விட அதிகம் எனக் காட்டுக.

A ball is projected so as just to graze two walls, the first of height ' a ' at a distance ' b ' from the point of projection and second of height ' b ' at a distance ' a ' from the point of projection. If the trajectory is lying on a plane vertical to the walls, find the range on the horizontal plane and show that the angle of projection exceeds $\tan^{-1} 3$.

19. (அ) ஒரே நேர் கோட்டின் ஒரே அலைவு நேரம் கொண்ட இரு சீரிசை இயக்கங்களின் தொகுப்பைப் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ள ஒரே அலைவு நேரம் கொண்ட இரு சீரிசை இயக்கங்களின் தொகுப்பையும் காண்க.

Find the composition of two simple harmonic motions of the same period in the same straight line and the composition of two simple harmonic motions of the same period in two perpendicular directions.

Or

(ஆ) ஒரு துகள் சீரிசை இயக்கத்தில் இயங்குகிறது. x_1, x_2, x_3 என்பன மூன்று அடுத்தடுத்த மணித்துளிகளில் மைய புள்ளியிலிருந்து உள்ள தூரங்கள் எனில் அலைவு நேரம்

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1} \left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2} \right)}$$

என நிரூபி.

