(ஆ) $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ மற்றும் $x + y + z \leq 1$ ஆகியவற்றை கொண்ட டெட்ராஹெட்ரானைப் பொறுத்து $\iiint x^p y^q z^r \, dx \, dy \, dz$ –என்ற தொகையிடலை காமா சார்பினை பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.

Evaluate interms of Gamma functions to the integral $\iiint x^p y^q z^r \, dx \, dy \, dz$ taken over the tetrahedran given by $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ and $x + y + z \leq 1$.

Reg. No. : ....

Code No. : 21204 **Sub. Code : SMMA 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2017.

First Semester

Mathematics – Main

CALCULUS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. $y = ex$ என்ற வளைவரை $y-$ அச்சை வெட்டும் புள்ளியில் அதன் வளைவாரம் ————— .

(அ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (ஆ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(இ) $\sqrt{2}$ (ஈ) $2\sqrt{2}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The radius of curvature of the curve $y = ex$ at the point where the curve cuts the y $axis$ is ————— –

(a) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{2}$

2. (1,1) என்ற புள்ளியியல் $xy = 1$ என்ற வளைவரையின் வளைவரை மையத்தின் x –இன் மதிப்பு ————— .

(அ) 2 (ஆ) 1

(இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) 0

The ordinate of the centre of curvature of the curve $xy = 1$ at (1,1) is —————.

(a) 2 (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

3. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் செங்கோட்டுத் தழுவி ————— .

(அ) மற்றொரு நீள்வட்டம்

(ஆ) ஒரு நான்கு முகடு சுற்று வளைவரை

(இ) ஒரு பரவளையம்

(ஈ) ஒரு வட்டம்

The evolute of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ is —————

(a) another ellipse
(b) a four cusped cycloid
(c) a parabola
(d) a circle

4. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தின் தொலைத்தொடுகளானது ————— .

(அ) 2 (ஆ) 1

(இ) 3 (ஈ) ஏதுமில்லை

The parabola $y^2 = 4ax$ has ————— asymptotes.

(a) 2 (b) 1

(c) 3 (d) no

5. $f(x, y) = 0$ என்ற வளைவரைக்கு, ஒருங்கு புள்ளி அமைவதற்கான நிபந்தனையாவது ————— .

(அ) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 > \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(ஆ) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 < \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(இ) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(ஈ) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 \neq \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

For the curve $f(x, y) = 0$, the condition correspond to conjugate point is ———— .

(a) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 > \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(b) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 < \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(c) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(d) $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 \neq \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

6. $x^4 = a^2(x^2 - y); x^2 = y^2 \frac{y+a}{y-a}$ என்ற வளைவரை ———— ஐ பொறுத்து சமச்சீரானது.

(அ) $x-$அச்சு (ஆ) $y-$அச்சு

(இ) இரு அச்சுகளையும் (ஈ) $y = x$

The curve $x^4 = a^2(x^2 - y); x^2 = y^2 \frac{y+a}{y-a}$ is symmetrical about ————.

(a) $x-$axis (b) $y-$axis

(c) both the axes (d) $y = x$

7. $\int_0^1\int_0^1 (x^2 + y^2)\,dx\,dy$–ன் மதிப்பு ———— .

(அ) 2 (ஆ) 3

(இ) $\frac{2}{3}$ (ஈ) $\frac{3}{2}$

The value of $\int_0^1\int_0^1 (x^2 + y^2)\,dx\,dy =$ ————

(a) 2 (b) 3

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

8. $\int_0^a\int_0^b\int_0^c dx\,dy\,dz$ –ன் மதிப்பு ———— .

(அ) abc (ஆ) $\frac{1}{abc}$

(இ) $\frac{abc}{2}$ (ஈ) $2abc$

The value of $\int_0^a\int_0^b\int_0^c dx\,dy\,dz =$ ————.

(a) abc (b) $\frac{1}{abc}$

(c) $\frac{abc}{2}$ (d) $2abc$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

9. $\beta\left(2,\frac{5}{2}\right)$–ன் மதிப்பு ________ .

(அ) $\frac{1}{70}$ (ஆ) $\frac{2}{105}$

(இ) $\frac{4}{35}$ (ஈ) $\frac{2}{35}$

The value of $\beta\left(2,\frac{5}{2}\right)=$ ________.

(a) $\frac{1}{70}$ (b) $\frac{2}{105}$

(c) $\frac{4}{35}$ (d) $\frac{2}{35}$

10. $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)$–ன் மதிப்பு ________ .

(அ) $\sqrt{\pi}/4$ (ஆ) $\sqrt{2}.\pi$

(இ) $3\sqrt{\pi}/4$ (ஈ) $3\sqrt{\pi}/2$

The value of $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)=$ ________.

(a) $\sqrt{\pi}/4$ (b) $\sqrt{2}.\pi$

(c) $3\sqrt{\pi}/4$ (d) $3\sqrt{\pi}/2$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $y=c.\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature for the curve $y=c.\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$.

Or

(ஆ) $r=a(1-\cos\theta)$ என்ற இதயவளைவரையின் ஏதாவதொரு புள்ளிக்கு வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature of any point of the cardioid $r=a(1-\cos\theta)$.

12. (அ) $r=a\sin\theta$ என்ற வளைவரையின் $p-r$ சமன்பாடு காண்க.

Find the $p-r$ equation of the curve $r=a\sin\theta$.

Or

(ஆ) $x^3+2x^2y-xy^2-2y^3+4y^2+2xy+y-1=0$–ன் தொலைத்தொடுகோடுகள் காண்க.

Find the asymptotes of $x^3+2x^2y-xy^2-2y^3+4y^2+2xy+y-1=0$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

13. (அ) $b > a$ எனும்போது, $x^2y^2 = (a+y)^2(b^2-y^2)$ என்ற கூம்பு வளைவரைக்கு $x = 0, y = -a$-ல் கணுப்புள்ளி இருக்கும் எனக் காட்டு. மேலும் $b = a$ எனும் போது அதே புள்ளிக்கு முகடு அமையும் எனக் காட்டு.

Show that the conicoid $x^2y^2 = (a+y)^2(b^2-y^2)$ if $b > a$, there is a node at $x = 0, y = -a$ and if $b = a$ there is cusp at the same point.

Or

(ஆ) $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$ என்ற வளைவரையின் தனித்த புள்ளிகளின் இயல்பைக் காண்க.

Find the nature of the singular points of the curve $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$.

14. (அ) $x^2 + y^2 \le 1$ என்ற வட்டபரப்பின் மீதான $\iint x^2y^2\,dx\,dy$-ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iint x^2y^2\,dx\,dy$ over the circular area $x^2 + y^2 \le 1$.

Or

(ஆ) $\int_0^{\log a}\int_0^x\int_0^{x+y} e^{x+y+z}\,dx\,dy\,dz$-ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\int_0^{\log a}\int_0^x\int_0^{x+y} e^{x+y+z}\,dx\,dy\,dz$.

15. (அ) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ –ன் ஒருங்குதலை பற்றி விவாதி.

Discuss the convergence of $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

Or

(ஆ) $\Gamma_{(n)}\Gamma_{\left(n+\frac{1}{2}\right)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n-1}}\Gamma_{(2n)}$ என நிறுவுக.

Prove that $\Gamma_{(n)}\Gamma_{\left(n+\frac{1}{2}\right)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n-1}}\Gamma_{(2n)}$

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) துருவ அச்சுப்புள்ளிகளில் வளைவரை கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது, வளைவு சமன்பாட்டை தருவி.

Derive the equation of curvature when the curve is given in polar co-ordinates.

Or

(ஆ) $x = a(\theta + \sin\theta); y = a(\theta - \sin\theta)$

என்ற வட்டவடிவ வளைவரையின் ஏதாவதொரு புள்ளியில் வளைவு ஆரத்தை காண்க.

Find the radius of curvature at any point of the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta); y = a(\theta - \sin\theta)$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

17. (அ) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் செங்கோட்டு தழுவியைக் காண்க.

Find the evolute of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Or

(ஆ) $(x-y)^2(x-2y)(x-3y)-2a(x^3-y^3)-2a^2(x+y)(x-2y)=0$ என்ற வளைவரையின் தொலை தொடுகோடுகளைக் காண்க.

Find the assymptotes of the curve

$(x-y)^2(x-2y)(x-3y)-2a(x^3-y^3)-$

$2a^2(x+y)(x-2y)=0$.

18. (அ) $x^4-2ay^3-3a^2y^2-2a^2x^2+a^4=0$ என்ற வளைவரையின் இரட்டை புள்ளிகளை சோதி.

Examine the double points of the curve,

$x^4-2ay^3-3a^2y^2-2a^2x^2+a^4=0$.

Or

(ஆ) $y=(x-1)(x-2)(x-3)$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $y=(x-1)(x-2)(x-3)$.

19. (அ) $x^2+y^2=a^2$, $z=0$, $z=h$ ஆகியவற்றை எல்லைகளாக கொண்ட புறப்பரப்பு பகுதியை பொறுத்து $\iiint(x+y+z)\,dx\,dy\,dz$ –ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iiint(x+y+z)\,dx\,dy\,dz$ taken over the region bounded by the surface $x^2+y^2=a^2$, $z=0, z=h$.

Or

(ஆ) $\int_0^a\int_{x^2/a}^{2a-x} xy\,dy\,dx$ என்ற தொகையீட்டில் தொகையீடலின் வரிசையை மாற்றி மதிப்பு காண்க.

Change the order of integration in the integral $\int_0^a\int_{x^2/a}^{2a-x} xy\,dy\,dx$ and evaluate it.

20. (அ) $\frac{\beta(p,q+1)}{q}=\frac{\beta(p+1,q)}{p}=\frac{\beta(p,q)}{p+q}$ என நிறுவுக.

Prove that $\frac{\beta(p,q+1)}{q}=\frac{\beta(p+1,q)}{p}=\frac{\beta(p,q)}{p+q}$.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam