(ஆ) $f(x) = |x|$-ன் ஃபூரியர் வரிசை $-\pi \le x \le \pi$-ல் காண்க.

Find the Fourier expansion of $f(x) = |x|$ in $-\pi \le x \le \pi$.

Reg. No. : ....

Code No. : 21140 **Sub. Code : JAMA 21/ SAMA 21**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Second/Fourth Semester

Mathematics – Allied

VECTOR CALCULUS AND FOURIER SERIES

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $\vec{v}(t)$ என்ற வெக்டாரின் எண்ணை மாறிலி எனில்,

(அ) $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ (ஆ) $\frac{d\vec{v}}{dt} \perp r\vec{v}$

(இ) (அ) அல்லது (ஆ) (ஈ) இவையேதுமில்லை

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

If $\vec{v}(t)$ is a vector which is constant in magnitude, then

(a) $\frac{d\bar{v}}{dt} = \vec{0}$

(b) $\frac{d\bar{v}}{dt} \perp r\bar{v}$

(c) (a) or (b)

(d) none of these

2. $\vec{a}$ ஒரு மாறிலி வெக்டார் எனில் $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r}) =$ ______.

(அ) $\vec{a}$

(ஆ) a

(இ) 0

(ஈ) $\vec{0}$

If $\vec{a}$ is a constant vector $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r}) =$ ______.

(a) $\vec{a}$

(b) a

(c) 0

(d) $\vec{0}$

3. $\phi(x, y, z) = c$ ன் செங்குத்து வெக்டார் ______.

(அ) $\nabla \cdot \phi$

(ஆ) $\nabla \phi$

(இ) $\nabla \times \phi$

(ஈ) $\nabla^2 \phi$

The normal vector to the surface $\phi(x, y, z) = c$ is ______.

(a) $\nabla \cdot \phi$

(b) $\nabla \phi$

(c) $\nabla \times \phi$

(d) $\nabla^2 \phi$

4. $\vec{f}$ என்ற வெக்டார் பாய்வற்றது எனில் ______.

(அ) $\nabla \times \vec{f} = 0$

(ஆ) $\nabla \times \vec{f} = \vec{0}$

(இ) $\nabla \cdot \vec{f} = \vec{0}$

(ஈ) $\nabla \cdot \vec{f} = 0$

A vector $\vec{f}$ is solenoidal if ______.

(a) $\nabla \times \vec{f} = 0$

(b) $\nabla \times \vec{f} = \vec{0}$

(c) $\nabla \cdot \vec{f} = \vec{0}$

(d) $\nabla \cdot \vec{f} = 0$

5. Laplace செயலி $\nabla^2 =$ ______.

(அ) $\nabla\nabla$

(ஆ) $\nabla \cdot \nabla$

(இ) $\nabla \times \nabla$

(ஈ) இவையேதுமில்லை

The Laplacian operates $\nabla^2 =$ ______.

(a) $\nabla\nabla$

(b) $\nabla \cdot \nabla$

(c) $\nabla \times \nabla$

(d) none of these

6. $curl(curl)\ \vec{f} =$ ______

(அ) 0

(ஆ) $\nabla^2 \vec{f}$

(இ) 3

(ஈ) இவையேதுமில்லை

$curl(curl)\ \vec{f} =$

(a) 0

(b) $\nabla^2 \vec{f}$

(c) 3

(d) none of these

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

7. $y = 0, d(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ -ல் $grad\phi =$ ________

(அ) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ (ஆ) 0

(இ) 3 (ஈ) $z^3 \vec{j}$

When $y = 0, d(x, y, z) = xy^2 + yz^3$, $grad\phi =$ ________

(a) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ (b) 0

(c) 3 (d) $z^3 \vec{j}$

8. பின்வருபவற்றில் எது ஒற்றைச் சார்பு?

(அ) $x^3 \sin 2x$ (ஆ) $\cos 2x$

(இ) $\sin 2x \cos 3x$ (ஈ) $\sin 2x + \cos 3x$

Which one of the following is an odd function?

(a) $x^3 \sin 2x$ (b) $\cos 2x$

(c) $\sin 2x \cos 3x$ (d) $\sin 2x + \cos 3x$

9. n ஒரு முழு எண் எனில் $\sin(n\pi) =$ ________.

(அ) 0 (ஆ) +1

(இ) (–1) (ஈ) $(-1)^n$

If n is an integer, $\sin(n\pi) =$ ________.

(a) 0 (b) +1

(c) (–1) (d) $(-1)^n$

10. $(-\pi, \pi)$ இல் $f(x) = |x|$ -ன் Fourier குணகம் $a_5 =$ ________.

(அ) +1 (ஆ) –1

(இ) $\frac{\pi^5}{5}$ (ஈ) 0

The Fourier coefficient a_5 for $f(x) = |x|$ in $(-\pi, \pi)$ is ________.

(a) +1 (b) –1

(c) $\frac{\pi^5}{5}$ (d) 0

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) (2, –1, 1) என்ற புள்ளியில் $\varphi = xy^2 + yz^3$ க்கு $\bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$ திசையில் திடையிடப்பட்ட வகைக்கெழு காண்க.

Obtain the directional derivative of $\varphi = xy^2 + yz^3$ at the point (2, –1, 1) in the direction of $\bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) $(1, -1, 2)$ என்ற புள்ளியில் $x^2 - y^2 + z = 2$ என்ற பரப்பிற்கு தரலகு செங்குத்து வெக்டார் காண்க.

Find the unit normal vector to the surface $x^2 - y^2 + z = 2$ at the point $(1, -1, 2)$.

12. (அ) $I = \int_0^{49} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{(ax)}} xy\, dy\, dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate : $I = \int_0^{49} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{(ax)}} xy\, dy\, dx$.

Or

(ஆ) $I = \int_0^a \int_0^x \int_0^y xyz\, dz\, dy\, dx$ -ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $I = \int_0^a \int_0^x \int_0^y xyz\, dz\, dy\, dx$.

13. (அ) கோட்டுத் தொகை மற்றும் புறப்பரப்புத் தொகை ஆகியவற்றை வரையறு.

Define line integrals and the surface integrals.

Or

(ஆ) C என்பது $(0, 0)$ மற்றும் $(1, 1)$ ஐ இணைக்கும் வளைவரை $y = x^2$ எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ஐ மதிப்பிடுக. $\vec{f} = (x^2 + y^2)\,\vec{i} + (x^2 - y^2)\,\vec{j}$.

Evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{f} = (x^2 + y^2)\,\vec{i} + (x^2 - y^2)\,\vec{j}$ and C is the curve $y = x^2$ joining $(0, 0)$ and $(1, 1)$.

14. (அ) கிரீன் தேற்றம், காஸ் பாய்வுத் தேற்றம் ஆகியவற்றைக் கூறுக.

State Green's theorem and the Gauss divergence theorem.

Or

(ஆ) $\bar{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ எனில் $\int_C \bar{r} \cdot d\bar{r}$ ஸ்டோக்ஸ் தேற்றம் மூலம் மதிப்பிடுக.

By using Stokes theorem evaluate $\int_C \bar{r} \cdot d\bar{r}$ where $\bar{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

15. (அ) இரட்டைச் சார்பு மற்றும் ஒற்றைச் சார்பு ஆகியவற்றை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

Define an even function and an odd function with an example for each.

Or

(ஆ) ஃபூரியர் தொடர், சைன் தொடர், கொசைன் தொடர் ஆகியவற்றை வரையறு.

Define a Fourier series, sine series and cosine series.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (i) $\nabla\varphi = (y^2 - 2xyz^3)\vec{i} + (3 + 2xy - x^2z^3)\vec{j} + (6z^3 - 3x^2yz^2)\vec{k}$

(ii) $\nabla\varphi = (2x + 3y + 4xy^2)\vec{i} + (3x + 3y^2 + 4x^2y + z + 1)\vec{j} + (y + 2)\vec{k}$

எனில் φ-ஐக் காண்க.

Find φ if

(i) $\nabla\varphi = (y^2 - 2xyz^3)\vec{i} + (3 + 2xy - x^2z^3)\vec{j} + (6z^3 - 3x^2yz^2)\vec{k}$

(ii) $\nabla\varphi = (2x + 3y + 4xy^2)\vec{i} + (3x + 3y^2 + 4x^2y + z + 1)\vec{j} + (y + 2)\vec{k}$

Or

(ஆ) $\nabla\cdot(\vec{f}\times\vec{g})$ மற்றும் $\nabla\times(\vec{f}\times\vec{g})$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

Find $\nabla\cdot(\vec{f}\times\vec{g})$ and $\nabla\times(\vec{f}\times\vec{g})$.

17. (அ) D என்பது $x = y^2, x = 2 - y, y = 0$ மற்றும் $y = 1$ ஆகிய வளைவரைகளால் அடைவுபட்ட பகுதி எனில் $I = \iint_D xy\,dy\,dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $I = \iint_D xy\,dy\,dx$ where D is the origin bounded by $x = y^2, x = 2 - y, y = 0$ and $y = 1$.

Or

(ஆ) D என்பது $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத் திண்மத்தின் மிகை எண் பகுதி எனில் $I = \iiint_D xyz\,dx\,dy\,dz$ மதிப்பிடுக.

Evaluate $I = \iiint_D xyz\,dx\,dy\,dz$ where D is the positive octant of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

18. (அ) $\vec{f} = (2y+3)\vec{i} + x^2\vec{j} + (y^2 - x)\vec{k}$, எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ஐ பின்வரும் பாதைகள் C வழியாக மதிப்பிடுக.

(i) $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ இருந்து $t = 0$ முதல் 1.

(ii) $(0, 0, 0)$ மற்றும் $(2\,1, 1)$ ஆகியவற்றை இணைக்கும் நேர்கோடு.

If $\vec{f} = (2y+3)\vec{i} + x^2\vec{j} + (y^2 - x)\vec{k}$, evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ along the following paths C.

(i) $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ from $t = 0$ to 1.

(ii) the straight line joining $(0, 0, 0)$ and $(2\,1, 1)$

Or

(ஆ) $\vec{f} = y^2\vec{i} + y\vec{j} - x^2\vec{k}$ மற்றும் S என்ற $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ என்ற கோணத்தின் மேல் அரைப்பகுதி எனில் $\iint_S (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{n}\, ds$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iint_S (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{n}\, ds$ where $\vec{f} = y^2\vec{i} + y\vec{j} - x^2\vec{k}$ and S is the upper half of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$.

19. (அ) $\vec{f} = y\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$க்கு $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$, $z = b$ என்ற உருளையின் S பகுதியில் காஸ் பாய்வுத் தேற்றத்தைச் சரிபார்.

Verify Gauss divergence theorem for $\vec{f} = y\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$ for the cylindrical region S given by $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$ and $z = b$.

Or

(ஆ) C என்பது $x^2 + y^2 = 1, z = y^2$ என்ற வளைவரை எனில் $\int_C (yzdx + zxdy + xydz)$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\int_C (yzdx + zxdy + xydz)$ whose C is the curve $x^2 + y^2 = 1, z = y^2$.

20. (அ) $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$ -ன் ஃபூரியர் விரிவு காண்க.

Find the Fourier expansion of $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam