

(ஆ) l நீளமுள்ள ஒரு வளைச்சட்டத்தின் வகைக்கெழுச்

$$\text{சமன்பாடு } \frac{d^4 w}{dx^4} - m^4 w = 0 \text{ எனக்}$$

கொடுக்கப்பட்டது.

$$\text{அதன் வரம்புநிலைக் கட்டுப்பாடுகள் } w = \frac{dw}{dx} = 0,$$

$$x = 0 \text{ மற்றும் } \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{d^3 w}{dx^3} = 0, \quad x = l \text{ எனில்}$$

$$1 + \cos ml \cosh ml = 0 \text{ என நிறுவுக.}$$

The differential equation of the cantilever beam of length l is given by $\frac{d^4 w}{dx^4} - m^4 w = 0$.

If the boundary conditions are $w = \frac{dw}{dx} = 0$

for $x = 0$ and $\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{d^3 w}{dx^3} = 0$ for $x = l$, prove that $1 + \cos ml \cosh ml = 0$

Reg. No. :

Code No. : 20836

Sub. Code : GSMA 3 A/
GSMC 3 A

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2015.

Third Semester

Mathematics — Main

Skill Based Subject — APPLICATIONS OF
DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $\int \frac{dx}{x}$ என்பதன் மதிப்பு

(அ) $-\log x$

(ஆ) $\log x + c$

(இ) 1

(ஈ) 0



The value of $\int \frac{dx}{x}$ is

- (a) $-\log x$ (b) $\log x + c$
(c) 1 (d) 0

2. $\frac{dx}{dt} = kx$ எனில் $x =$ _____.

- (அ) e^{kt}
(ஆ) 0
(இ) ce^{-kt}
(ஈ) ce^{kt}

If $\frac{dx}{dt} = kx$, then $x =$ _____.

- (a) e^{kt} (b) 0
(c) ce^{-kt} (d) ce^{kt}

3. t எனும் நேரத்தில் y தூரத்திலிருந்து விழும் பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடு

- (அ) $\frac{dy}{dt} = y$ (ஆ) $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$
(இ) $\frac{dy}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$ (ஈ) $\frac{d^2y}{dt^2} = g$

The equation of motion of a body which falls from a distant y at time t is

- (a) $\frac{dy}{dt} = y$
(b) $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$
(c) $\frac{dy}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$
(d) $\frac{d^2y}{dt^2} = g$

4. ஒரு சாதாரண கூர்மையான பக்கங்கள் உடைய துளையின் பட்டறிவு மாறிலியின் மதிப்பு

- (அ) 9.8
(ஆ) 8.9
(இ) 0.6
(ஈ) 0.7

The value of empirical constant for ordinary holes with sharp edges is

- (a) 9.8
(b) 8.9
(c) 0.6
(d) 0.7



5. ஓமின் விதி எனப்படுவது

(அ) $E = R$

(ஆ) $E = I$

(இ) $E_R = R$

(ஈ) $E_R = RI$

The Ohm's law is

(a) $E = R$

(b) $E = I$

(c) $E_R = R$

(d) $E_R = RI$

6. கிரகஃப்பின் விதியின் படி $E - E_R - E_L - E_C =$

(அ) 1

(ஆ) 2

(இ) 0

(ஈ) -1

According to Kirchhof's law, $E - E_R - E_L - E_C =$

(a) 1

(b) 2

(c) 0

(d) -1

7. நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்க விதி

(அ) $F = ma$

(ஆ) $F = a$

(இ) $F = 0$

(ஈ) $F = m$

Newton's second law of motion is

(a) $F = ma$

(b) $F = a$

(c) $F = 0$

(d) $F = m$

8. $\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) =$ _____

(அ) m

(ஆ) mg

(இ) g

(ஈ) 0

$\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) =$ _____

(a) m

(b) mg

(c) g

(d) 0



9. m என்ற நிறையின் மேல் செயல்படும் F என்ற விசைக்கு குறுக்குப் பகுதி இல்லை எனில் அந்த விசையின் பெயர்

- (அ) முடுக்கம்
(ஆ) எதிர்விசை
(இ) மையவிசை
(ஈ) ஈர்ப்புவிசை

If the force F acting on a mass m has no transverse component, then the name of that force is

- (a) Acceleration
(b) Opposite force
(c) Central force
(d) Attractive force

10. ஒரு கோளின் நியமப்பாதையின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

- (அ) $\frac{d^2u}{d\theta^2} = u$ (ஆ) $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{k}{h^2}$
(இ) $\frac{du}{d\theta} = \frac{k}{h^2}$ (ஈ) $\frac{d^2u}{dt^2} = 0$

The differential equation of the path of a planet is

- (a) $\frac{d^2u}{d\theta^2} = u$ (b) $\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{k}{h^2}$
(c) $\frac{du}{d\theta} = \frac{k}{h^2}$ (d) $\frac{d^2u}{dt^2} = 0$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ஒரு நொதி வளப்பில் மூன்று மணி நேரத்தில் புளிக்கச் செய்யும் பொருள் இருமடங்கானால் 15 மணி நேரத்தில் என்ன விகிதத்தில் அது அதிகரிக்கும்? (அளவு அதன் நேர் விகிதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனக் கொள்க)

If in a culture of yeast, the active ferment doubles itself in three hours, by what ratio will it increase in 15 hours. (Assume that the quantity increases at a rate proportional to itself).

Or

- (ஆ) ஒரு பொருள் 110°C வெப்பப்படுத்தப்பட்டு 10°C வெப்பத்தில் காற்றில் வைக்கப்படுகிறது. ஒரு மணி நேரத்திற்குப் பின் அதன் வெப்பநிலை 60°C அப்பொருள் 30°C வெப்பத்திற்கு குளிர்விக்கப்பட எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?

A body is heated to 110°C and placed in air at 10°C . After one hour its temperature is 60°C . How much additional time is required for it to cool to 30°C ?



12. (அ) 5 மீட்டர் பக்க அளவும் 10 மீட்டர் ஆழமும் உள்ள சதுர வடிவத் தொட்டியை அடிப்பாகத்தில் 5 செ.மீ விட்டமுள்ள துளையின் வழியாக வெற்றாக்கத் தேவையான நேரத்தைக் காண்க.

Find the time required for a square tank of side 5 meters and depth 10 meters to empty through a circular hole of diameter 5 c.m at the bottom.

Or

- (ஆ) வழக்கமான குறியீடுகளின் கீழ், $v = \sqrt{2gy}$ என நிறுவுக.

Prove that $v = \sqrt{2gy}$, with usual notations.

13. (அ) $I = I_0$, $E = E_0 e^{-kt}$, $t = 0$ என்ற தொடக்கக் கட்டுப்பாடுகளின் கீழ் $L \frac{dI}{dt} + RI = E$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation $L \frac{dI}{dt} + RI = E$ under the initial conditions $I = I_0$, $E = E_0 e^{-kt}$, $t = 0$.

Or

- (ஆ) $E = f(t)$ எனும் போது $L \frac{dI}{dt} + RI = E$ என்ற மிச்சற்றுச் சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation of the electric circuit $L \frac{dI}{dt} + RI = E$ when $E = f(t)$.

14. (அ) வழக்கமான குறியீடுகளின் கீழ் $w \frac{dm}{dt} + F = m \frac{dv}{dt}$ என்ற சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation $w \frac{dm}{dt} + F = m \frac{dv}{dt}$ with usual notations.

Or

- (ஆ) தீர் : $m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos wt$.

Solve : $m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos wt$.

15. (அ) மைய விசை குறித்து சிறு குறிப்பு வரைக.
Write a short note on central force.

Or

- (ஆ) கெப்லரின் மூன்றாம் விதியை வருவி.

Derive Kepler's III Law.



PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

16. (அ) ஒரு தொட்டி 100 லிட்டர் தூய தண்ணீரைக் கொண்டுள்ளது. 1 கிராம் உப்பு உள்ள உப்புநீர் நிமிடத்திற்கு 2 லிட்டர் செலுத்தப்பட்டு அக்கலவை நிமிடத்திற்கு 1 லிட்டர் தொட்டியிலிருந்து வெளியேற்றப்படுகிறது. தொட்டி 150 லிட்டர் தண்ணீரைக் கொண்டிருக்கும் போது உப்பின் அளவைக் காண்க.

A tank contains 100 litres of fresh water. 2 litres per minute of brine, run in, each containing 1 gram of salt and the mixture runs out at 1 litre per minute. Find the amount of salt present when the tank contains 150 litres of water.

Or

- (ஆ) ஒரு அந்துருண்டையின் ஆரம் $1/4$ செ.மீ இருந்தது. ஒரு மாதத்திற்குப் பின் அதன் ஆரம் $1/8$ செ.மீ எனக் கண்டறியப்பட்டது. அது அதன் மேற்பகுதிக்கு நேர் விகிதத்தில் மறைவறுகிறது எனக் கொண்டால் அதன் ஆரத்தை ஒரு நேரத்தைப் பொறுத்த சார்பாகக் காண்க. எவ்வளவு காலத்திற்குப் பிறகு அது முற்றிலும் காணாமல் போகும்?

Page 10 Code No. : 20836

A moth ball whose radius was originally $1/4$ cm. It is found to have a radius $1/8$ cm after 1 month. Assuming that it evaporates at a rate proportional to its surface, find the radius as a function of time. After what time will it disappear altogether?

17. (அ) கீழ்க்கண்ட நிபந்தனையுடன் 1 மீட்டர் விட்டமும் 4 மீட்டர் நீளமும் உள்ள ஒரு உருளைத் தொட்டியை 5 செ.மீ விட்ட துளை மூலம் வெற்றாக்கத் தேவையான நேரத்தைக் காண்க.

தொட்டி ஆரம்பத்தில் நிறைந்துள்ளது மற்றும் அதன் அச்ச (i) செங்குத்தாக உள்ளது (ii) கிடைமட்டமாக உள்ளது.

Find the time required to empty a cylindrical tank 1 metre in diameter and 4 metres long through a hole 5 cm diameter with the following conditions.

Tank is initially full and its axis is (i) Vertical (ii) Horizontal.

Or

- (ஆ) தடையத்துடன் விழுதலில் $y = \frac{g}{L} \left(t + \frac{e^{-Lt}}{L} \right) + C$

என்ற சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation $y = \frac{g}{L} \left(t + \frac{e^{-Lt}}{L} \right) + C$ in

retarded falling.

Page 11 Code No. : 20836



18. (அ) ஒரு வட்டப்புள்ளி நெறி வளைவின் $x = a(\theta - \sin \theta)$ மற்றும் $y = a(1 - \cos \theta)$ என்ற துணையலகுச் சமன்பாடுகளை வருவி.

Derive the parametric equations $x = a(\theta - \sin \theta)$ and $y = a(1 - \cos \theta)$ of a cycloid.

Or

- (ஆ) ஆதியில் குமிழ் உள்ள ஒரு வட்டப்புள்ளி நெறி வளைவின் சமன்பாட்டை வருவி.

Derive the equation of a cycloid having a cusp at the origin.

19. (அ) ஒரு கோள வடிவ மழைத்துளி ஓய்வு நிலையிலிருந்து புவி ஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக கீழே விழுகிறது. அதன் நீராவியாதல் அதன் மேற்புறத்திற்கு நேர் விகிதத்திலும் ஆரம்ப ஆரம் o என்றும் இருந்தால் அது $\frac{g}{4}$ என்ற மாறிலி முடுக்கத்தில் விழுகிறது எனக் காட்டுக.

A spherical raindrop falls under the influence of gravity. If its water vapour is at a rate proportional to its surface and its initial radius is o , show that it falls with constant acceleration $\frac{g}{4}$.

Or

Page 12 Code No. : 20836

- (ஆ) r ஆரமுள்ள ஒரு கோளவடிவ மிதவை பாதி மூழ்கிய நிலையில் நீரில் மிதக்கிறது. அது மெதுவாக அழுத்தப்பட்டால் வெளியேற்றப்படும் நீரின் அளவுக்குச் சமமான மீள்விசை அதனை மேல்நோக்கித் தள்ளுகிறது. அது விடுவிக்கப்பட்டால் மேலும் கீழும் ஆடுகிறது. நீரின் உராய்வு கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளப்படவில்லை எனில் அதன் அலைவு நேரத்தைக் காண்க.

A spherical buoy, of radius r , floats half submerged in water. If it is depressed slightly, a restoring force equal to the displaced water presses it upward. If it be then released, it will bob up and down. Find the period of oscillation if the friction of the water is neglected.

20. (அ) நியூட்டனின் ஈர்ப்பு விசை விதியைப் பயன்படுத்தி கெப்லரின் முதல் விதியை வருவி.

Derive Kepler's I law using Newton's universal law of gravitation.

Or

Page 13 Code No. : 20836

