Reg. No. : ....

Code No. : 20832 **Sub. Code : GAMA 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2015.

First Semester

Mathematics — Allied

ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. α, β என்பன $ax^2+bx+c=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில் $\alpha\beta$ இன் மதிப்பு

   (அ) $-\frac{b}{a}$

   (ஆ) c/a

   (இ) 0

   (ஈ) 1

If α, β are the roots of the equation $ax^2+bx+c=0$, then the value of $\alpha\beta$ is

(a) $-\frac{b}{a}$ (b) c/a

(c) 0 (d) 1

2. $x^3-12x^2+39x-28=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 1 (ஆ) 2

(இ) 3 (ஈ) 4

The number of roots of the equation $x^3-12x^2+39x-28=0$ is

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

3. $3x^3-2x^2-x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளை 4 ஆல் பெருக்கக் கிடைக்கும் சமன்பாடு

(அ) $x^3-8x^2-16x-64=0$

(ஆ) $x^3+8x^2+16x+64=0$

(இ) $3x^3-8x^2-16x-64=0$

(ஈ) $3x^3-8x^2-16x+64=0$

The transformed equation by multiplying the roots of the equation $3x^3-2x^2-x+1=0$ by 4 is

(a) $x^3-8x^2-16x-64=0$

(b) $x^3+8x^2+16x+64=0$

(c) $3x^3-8x^2-16x-64=0$

(d) $3x^3-8x^2-16x+64=0$

4. $x^3-5x^2+6x-3=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளில் 1 ஐ அதிகரிக்கும்போது கிடைக்கும் சமன்பாடு

(அ) $x^3-8x^2+19x-15=0$

(ஆ) $x^3-8x+15=0$

(இ) $x^3-8x^2-15=0$

(ஈ) ஏதுமில்லை

The transformed equation by increasing the roots of the equation $x^3-5x^2+6x-3=0$ by 1 is

(a) $x^3-8x^2+19x-15=0$

(b) $x^3-8x+15=0$

(c) $x^3-8x^2-15=0$

(d) None

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

5. A என்பது n படியுடையை சதுர அணி மற்றும் I என்பது n படியுடைய சமனி அணி எனில் $|A-xI|=0$ இன் பெயர்

(அ) ஆயிலர் சமன்பாடு

(ஆ) பண்பியல் சமன்பாடு

(இ) லாக்ராஞ்சியின் சமன்பாடு

(ஈ) ஏதுமில்லை

Let A be a square matrix of order n and let I be the identify matrix of order n. The name of the equation $|A-xI|=0$

(a) Euler equation

(b) Characteristics equation

(c) Lagrange's equation

(d) None

6. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் பண்பியல் பல்லுறுப்புக் கோவை

(அ) $x^2-5=0$ (ஆ) $x^2-2x-5=0$

(இ) $x+5=0$ (ஈ) $x-5=0$

The characteristics polynomial of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ is

(a) $x^2-5=0$ (b) $x^2-2x-5=0$

(c) $x+5=0$ (d) $x-5=0$

7. $p^2-5p+6=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $(y+2x-c)(y-3x-c)=0$

(ஆ) $(y-2x-c)(y-3x-c)=0$

(இ) $(y+2x+c)(y+3x+c)=0$

(ஈ) $(y+2x+c)(y+3x-c)=0$

The solution of $p^2-5p+6=0$ is

(a) $(y+2x-c)(y-3x-c)=0$

(b) $(y-2x-c)(y-3x-c)=0$.

(c) $(y+2x+c)(y+3x+c)=0$

(d) $(y+2x+c)(y+3x-c)=0$

8. $y=px+\frac{a}{p}$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒருமைத் தீர்வு

(அ) $y^2=ax$ (ஆ) $y^2=9x$

(இ) $y^2=4ax$ (ஈ) $y^2=c$

The singular solution of the equation $y=px+\frac{a}{p}$ is

(a) $y^2=ax$ (b) $y^2=9x$

(c) $y^2=4ax$ (d) $y^2=c$

9. $L(1)$ இன் மதிப்பு

(அ) 1 (ஆ) s

(இ) $\frac{1}{s}$ (ஈ) $\frac{1}{s^2}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The value of $L(1)$ is

(a) 1 (b) s

(c) $\frac{1}{s}$ (d) $\frac{1}{s^2}$

10. $L^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right)$ இன் மதிப்பு

(அ) 1 (ஆ) x

(இ) $\frac{1}{x}$ (ஈ) $\frac{1}{x^2}$

The value of $L^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right)$ is

(a) 1 (b) x

(c) $\frac{1}{x}$ (d) $\frac{1}{x^2}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

11. (அ) $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில் $\sum\alpha^3$ இன் மதிப்பு காண்க.

If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of the equation $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$, then find the value of $\sum\alpha^3$.

Or

(ஆ) $343r^2+36q^3=0$ எனில் $x^3+qx+r=0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு மற்றொரு தீர்வின் இருமடங்கு என நிறுவுக.

Show that the equation $x^3+qx+r=0$ will have one root twice another if $343r^2+36q^3=0$.

12. (அ) $2x^3-9x^2+13x-6=0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாம் உறுப்பை நீக்கித் தீர்க்க.

Remove the second term from the equation $2x^3-9x^2+13x-6=0$ and hence solve it.

Or

(ஆ) $x^4-12x^3+48x^2-72x+35=0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாம் உறுப்பை நீக்கித் தீர்க்க.

Solve $x^4-12x^3+48x^2-72x+35=0$ by removing the second term.

13. (அ) $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் பண்பியல் மூலங்கள் யாவை?

What are the characteristics roots of $\begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$?

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் பண்பியல் மூலங்களைக் காண்க.

Find the characteristics roots of $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

14. (அ) தீர்க்க : $p^2-9p+18=0$.

Solve : $p^2-9p+18=0$.

Or

(ஆ) தீர்க்க : $xp^2-2py+x=0$.

Solve : $xp^2-2py+x=0$.

15. (அ) $L(x^2e^{-ax})$ இன் மதிப்பு காண்க.

Find the value of $L(x^2e^{-ax})$.

Or

(ஆ) $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+a)}\right)$ இன் மதிப்பு காண்க.

Find $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+a)}\right)$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b), answer should not exceed 600 words.

16. (அ) $px^3+qx^2+rx+s=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் பெருக்குத் தொடரில் இருப்பதற்குத் தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $r^3p=q^3s$ என நிறுவுக.

Show that the roots of the equation $px^3+qx^2+rx+s=0$ are in G.P. iff $r^3p=q^3s$.

Or

(ஆ) $x^3+px^2+qx+r=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் கூட்டுத்தொடரில் இருப்பின் $2p^3+27r=9pq$ என நிறுவுக.

If the roots of the equation $x^3+px^2+qx+r=0$ are in A.P., show that $2p^3+27r=9pq$.

17. (அ) 1 மற்றும் 2 ஆகியவற்றிற்கு இடையில் அமைந்த $x^3-3x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வை நியூட்டனின் முறையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

Obtain by Newton's method the root of the equation $x^3-3x+1=0$ which lies between 1 and 2.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) ஹார்னரின் முறையைப் பயன்படுத்தி $x^3-x-3=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகைத் தீர்வை இருதசம இடத்திருத்தமாகக் காண்க.

Find the positive root of $x^3-x-3=0$ correct to two places of decimals using Horner's method.

18\. (அ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் பண்பியல் வெக்டர்களைக் காண்க.

Find the Characteristics vectors of $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Or

(ஆ) கேய்லி கேமில்டன் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cayley–Hamilton theorem.

19\. (அ) தீர்க்க : $y=2px+y^2p^3$.

Solve : $y=2px+y^2p^3$.

Or

(ஆ) தீர்க்க : $4y=x^2+p^2$.

Solve : $4y=x^2+p^2$.

20\. (அ) லாப்லாஸ் மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க :

$xy''-(2+x)y'+3y=x-1,\ y(0)=0$.

Using Laplace transform solve :

$xy''-(2+x)y'+3y=x-1,\ y(0)=0$.

Or

(ஆ) லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க

$\dfrac{dx}{dt}+y=\sin t,$

$\dfrac{dy}{dt}+x=\cos t$, $x(0)=2$ மற்றும் $y(0)=0$.

Using Laplace transform solve, $\dfrac{dx}{dt}+y=\sin t,\ \dfrac{dy}{dt}+x=\cos t,\ x(0)=2$ and $y(0)=0$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam