

Reg. No. :

Code No. : 30149

Sub. Code : GMMA 22/
GMMC 22

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2014.

Second Semester

Mathematics – Main

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND FOURIER
SERIES

(Also Common to Maths with Computer Applications)

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் படி மற்றும்
வரிசை முறையே

(அ) 2, 2

(ஆ) 2, 1

(இ) 1, 1

(ஈ) 1, 2

The degree and order of the equation
 $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$ are respectively

(a) 2 and 2

(b) 2 and 1

(c) 1 and 1

(d) 1 and 2



2. $px + y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $x + y = c$ (ஆ) $x - y = c$

(இ) $xy = c$ (ஈ) $yx^2 = c$

The solution of the equation $px + y = 0$ is

(a) $x + y = c$ (b) $x - y = c$

(c) $xy = c$ (d) $yx^2 = c$

3. $(D^2 - 5D + 4)y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y = c_1 e^{5x} + c_2 e^{4x}$ (ஆ) $y = c_1 e^x + c_2 e^{4x}$

(இ) $y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{3x}$ (ஈ) $y = (c_1 + c_2 x)e^{4x}$

The solution of the equation $(D^2 - 5D + 4)y = 0$ is

(a) $y = c_1 e^{5x} + c_2 e^{4x}$ (b) $y = c_1 e^x + c_2 e^{4x}$

(c) $y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{3x}$ (d) $y = (c_1 + c_2 x)e^{4x}$

4. $(D^2 + 3D + 2)y = \sin x$ என்ற சமன்பாட்டின் தனித்தீர்வு

(அ) $\frac{\sin x - 3 \cos x}{10}$ (ஆ) $\frac{\sin x + 3 \cos x}{10}$

(இ) $\frac{\sin x - \cos x}{10}$ (ஈ) $\frac{\sin x + \cos x}{10}$

The particular integral of $(D^2 + 3D + 2)y = \sin x$ is

(a) $\frac{\sin x - 3 \cos x}{10}$ (b) $\frac{\sin x + 3 \cos x}{10}$

(c) $\frac{\sin x - \cos x}{10}$ (d) $\frac{\sin x + \cos x}{10}$

5. $x^2 \frac{dy^2}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 3y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) $y = A \cos 3x + B \sin 2x$

(ஆ) $y = Ax^{\sqrt{3}} + Bx^{-\sqrt{3}}$

(இ) $y = (A + Bx)e^{3x}$

(ஈ) $y = Ax^{-3} + 13x^3$

The solution of $x^2 \frac{dy^2}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 3y = 0$ is

(a) $y = A \cos 3x + B \sin 2x$

(b) $y = Ax^{\sqrt{3}} + Bx^{-\sqrt{3}}$

(c) $y = (A + Bx)e^{3x}$

(d) $y = Ax^{-3} + 13x^3$



6. $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2$ என்ற சமன்பாட்டின் தனித்தீர்வு

(அ) x^2 (ஆ) x^3

(இ) x^4 (ஈ) x^5

The particular integral of $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2$ is

(a) x^2 (b) x^3

(c) x^4 (d) x^5

7. $L(t^2 + \cos 3t)$ இன் மதிப்பு

(அ) $\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2+9}$ (ஆ) $\frac{2}{s^3} + \frac{3}{s^2+9}$

(இ) $\frac{2}{s^3} + \frac{s}{s^2+9}$ (ஈ) $\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^3}$

The value of $L(t^2 + \cos 3t)$ is

(a) $\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2+9}$ (b) $\frac{2}{s^3} + \frac{3}{s^2+9}$

(c) $\frac{2}{s^3} + \frac{s}{s^2+9}$ (d) $\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^3}$

8. $L(\sinh 3t)$ இன் மதிப்பு

(அ) $\frac{3}{s^2+9}$ (ஆ) $\frac{s}{s^2+9}$

(இ) $\frac{3}{s^2-9}$ (ஈ) $\frac{s}{s^2-9}$

The value of $L(\sinh 3t)$ is

(a) $\frac{3}{s^2+9}$ (b) $\frac{s}{s^2+9}$

(c) $\frac{3}{s^2-9}$ (d) $\frac{s}{s^2-9}$

9. $m \neq n$ எனில் $\int_{\lambda}^{\lambda+2\pi} \sin mx \sin nx \, dx$ இன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) π
(இ) 2π (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

The value of $\int_{\lambda}^{\lambda+2\pi} \sin mx \sin nx \, dx$ for $m \neq n$, is

(a) 0 (b) π
(c) 2π (d) None of these

10. $f(x) = x$, $-\pi < x < \pi$ என்றச் சார்பின், பூரியர் விரிவில் a_0 இன் மதிப்பு

(அ) 0 (ஆ) 1
(இ) π (ஈ) π^2



The value of a_0 is the Fourier series expansion for the function $f(x) = x$, $-\pi < x < \pi$ is

- (a) 0 (b) 1
(c) π (d) π^2

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) தீர்: $x^2 - 2yp + x = 0$,
Solve: $x^2 - 2yp + x = 0$.

Or

- (ஆ) தீர்: $x^2 = 1 + p^2$.
Solve: $x^2 = 1 + p^2$.

12. (அ) தீர்: $(D^2 - 8D + 9)y = 8 \sin 5x$
Solve: $(D^2 - 8D + 9)y = 8 \sin 5x$.

Or

- (ஆ) தீர்: $(D^2 - 2D + 1)y = e^{2x} + e^x$.
Solve: $(D^2 - 2D + 1)y = e^{2x} + e^x$.

13. (அ) தீர்: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 8x \frac{dy}{dx} + 12y = x^4$.

Solve: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 8x \frac{dy}{dx} + 12y = x^4$.

Or

- (ஆ) தீர்: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} = 6x^2 + 2x + 1$.

Solve: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} = 6x^2 + 2x + 1$.

14. (அ) $L(\sin^2 2t)$, $L(t^2 e^{-3t})$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

Find $L(\sin^2 2t)$ and $L(t^2 e^{-3t})$.

Or

- (ஆ) $L\left(\frac{1-t}{t}\right)$, $L\left(\frac{\sin at}{t}\right)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

Find $L\left(\frac{1-t}{t}\right)$ and $L\left(\frac{\sin at}{t}\right)$.

15. (அ) காலம் 2π கொண்டுள்ள $f(x) = x$ ($-\pi < x < \pi$) என்றச் சார்வை பூரியர் தொடராக விரிவாக்கவும்.

Express $f(x) = x$ ($-\pi < x < \pi$) as a Fourier series with period 2π .

Or



(ஆ) $f(x) = -x$, $-\pi < x < 0$, $f(x) = x$, $0 \leq x < \pi$
என்றச் சார்ப்பை $-\pi$ இலிருந்து π வரை உள்ள
இடைவெளியில் பூரியர் தொடராக விரிவாக்கவும்.

If $f(x) = -x$ in $-\pi < x < 0$ and $f(x) = x$ in
 $0 \leq x < \pi$, expand $f(x)$ as a Fourier series in
the interval $-\pi$ to π .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) (i) தீர் : $y \frac{dp}{dx} + p^2 = 1$.

(ii) தீர் : $y^2 = (1 + p^2)$.

(i) Solve : $y \frac{dp}{dx} + p^2 = 1$.

(ii) Solve : $y^2 = (1 + p^2)$.

Or

(ஆ) (i) தீர் : $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

(ii) தீர் : $(y + px)^2 = py^2$.

(i) $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

(ii) $(y + px)^2 = py^2$.

Page 8

Code No. : 30149

17. (அ) தீர் : $(D^2 + 1)y = x^2 e^{2x} + x \cos x$.

Solve : $(D^2 + 1)y = x^2 e^{2x} + x \cos x$.

Or

(ஆ) தீர் : $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = e^x \cos x$.

Solve : $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = e^x \cos x$.

18. (அ) தீர் : $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = \frac{\log x \sin(\log x) + 1}{x}$.

Solve : $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = \frac{\log x \sin(\log x) + 1}{x}$.

Or

(ஆ) தீர் : $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = x^2 \log x$.

Solve : $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = x^2 \log x$.

19. (அ) (i) $L\{f''(t)\} = s^2 Lf(t) - s f(0) - f'(0)$ என
நிறுவுக.

(ii) $L^{-1}\left(\frac{s+3}{(s^2+6s+13)^2}\right)$ இன் மதிப்பைக்
காண்க.

Page 9

Code No. : 30149



(i) Prove that

$$L\{f''(t)\} = s^2 Lf(t) - s f(0) - f'(0).$$

(ii) Find $L^{-1}\left(\frac{s+3}{(s^2+6s+13)^2}\right)$.

Or

(ஆ) $t=0$ எனும் பொழுது $y = \frac{dy}{dt} = 0$ என்றிருப்பின்

லாப்லஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்கவும்

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = \sin t.$$

Solve the equation using Laplace transform

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = \sin t, \text{ given that } y = \frac{dy}{dt} = 0$$

when $t = 0$.

20. (அ) $(-\pi < x < \pi)$ என்ற இடைவெளியில்,

$$x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n} \text{ என காண்பிக்கவும்}$$

இதிலிருந்து $\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \dots = \frac{\pi^2}{12}$ தருவிக்கவும்.

Show that $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n}$ in the interval $(-\pi < x < \pi)$. Deduce that

$$\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \dots = \frac{\pi^2}{12}.$$

Or

Page 10

Code No. : 30149

(ஆ) $(0 < x < 2\pi)$ என்ற இடைவெளியில்

$$f(x) = x(2\pi - x) \text{ என்று இருப்பின்,}$$

$$f(x) = \frac{2\pi^2}{3} - 4\left(\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots\right)$$

என்று நிரூபிக்கவும்.

If $f(x) = x(2\pi - x)$ in $(0 < x < 2\pi)$, prove that

$$f(x) = \frac{2\pi^2}{3} - 4\left(\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots\right).$$

Page 11

Code No. : 30149

