Reg. No. : .....

Code No. : 1127 **Sub. Code : R 3 MA 5 C**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2010.

Fifth Semester

Maths — Main

Paper X — FUZZY ALGEBRA

(For those who joined in July 2008 and afterwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. X இன் பல மதிப்புகள் கணம் μ ஒரு குறை இயல் கணம் எனில்

(அ) $h(\mu) <$ (ஆ) $h(\mu) > 1$

(இ) $h(\mu) = 1$ (ஈ) இவை ஏதும் இல்லை.

If a fuzzy set μ on X is sub-normal then

(a) $h(\mu) <$ (b) $h(\mu) > 1$

(c) $h(\mu) = 1$ (d) None.

2. $X = \{0, 1, 2, \cdots 10\}$ என்க. $A : X \to [0, 1]$, $A(x) = \frac{x}{10}$ எனில் ${}^1A$ =

(அ) $\{1, 2, 3, \cdots 10\}$ (ஆ) $\{10\}$

(இ) ϕ (ஈ) X.

Let $X = \{0, 1, 2, \cdots 10\}$. If $A : X \to [0, 1]$ is defined as $A(x) = \frac{x}{10}$ then ${}^1A$ =

(a) $\{1, 2, 3, \cdots 10\}$ (b) $\{10\}$

(c) ϕ (d) X.

3. A, B ஆகியவை $A(x) = \frac{1}{x}$, $B(x) = \frac{1}{5x}$ எனும் இன் பலமதிப்புகள் கணம் எனில் $(A \cap B)(x) =$

(அ) $\frac{1}{x}$ (ஆ) $\frac{1}{5x}$

(இ) x (ஈ) $5x$.

If A, B are fuzzy sets on N defined as $A(x) = \frac{1}{x}$, $B(x) = \frac{1}{5x}$ then $(A \cap B)(x) =$

(a) $\frac{1}{x}$ (b) $\frac{1}{5x}$

(c) x (d) $5x$.

4. $(A - B)(x) =$

(அ) $A(x) - B(x)$ (ஆ) $(A \cap B^c)(x)$

(இ) $(A \cup B^C)(x)$ (ஈ) $(A^C \cap B)(x)$.

$(A - B)(x) =$

(a) $A(x) - B(x)$ (b) $(A \cap B^c)(x)$

(c) $(A \cup B^C)(x)$ (d) $(A^C \cap B)(x)$.

5. $A^\alpha =$

(அ) ${}^\alpha A$ (ஆ) αA

(இ) α^A (ஈ) X_{α_A}.

$A^\alpha =$

(a) ${}^\alpha A$ (b) αA

(c) α^A (d) X_{α_A}.

6. $\alpha^{A(x)} =$

(அ) $\begin{cases} \alpha, & A(x) \geq \alpha \\ 0, & A(x) \leq \alpha \end{cases}$ (ஆ) $\begin{cases} \alpha, & A(x) \geq \alpha \\ 1, & A(x) > \alpha \end{cases}$

(இ) $\begin{cases} \alpha, & A(x) > \alpha \\ 0, & A(x) \leq \alpha \end{cases}$ (ஈ) $\begin{cases} 1, & A(x) \geq \alpha \\ 0, & A(x) < \alpha \end{cases}$

$\alpha^{A(x)} =$

(a) $\begin{cases} \alpha, & A(x) \geq \alpha \\ 0, & A(x) \leq \alpha \end{cases}$ (b) $\begin{cases} \alpha, & A(x) \geq \alpha \\ 1, & A(x) > \alpha \end{cases}$

(c) $\begin{cases} \alpha, & A(x) > \alpha \\ 0, & A(x) \leq \alpha \end{cases}$ (d) $\begin{cases} 1, & A(x) \geq \alpha \\ 0, & A(x) < \alpha \end{cases}$

7. R எனும் X இன் பல மதிப்புகள் உறவு சமான உறவு எனில்

(அ) R பிரதிபலித்தல், சமச்சீர், கடத்தும் பண்புகளுடையது

(ஆ) R பிரதிபலித்தல், கடத்தும் பண்புகளுடையது

(இ) R பிரதிபலித்தல், தடை சமச்சீர், கடத்தும் பண்புகளுடையது

(ஈ) இவை ஏதுமில்லை.

If the fuzzy relation R on X is an equivalence relation, then

(a) R is reflexive, symmetric, transitive

(b) R is reflexive, transitive

(c) R is reflexive, anti-symmetric, transitive

(d) none of these.

8. அரங்கம் $R =$

(அ) வீச்சு R (ஆ) வீச்சு R^{-1}

(இ) அரங்கம் R^{-1} (ஈ) $h\left(R^{-1}\right)$

dom $R =$

(a) Ran R (b) Ran R^{-1}

(c) dom R^{-1} (d) $h\left(R^{-1}\right)$.

9. $(G, \cdot)$ எனும் குலத்தின் பலமதிப்புகள் உட்குலமாக A இருக்க வேண்டும் எனில்

(அ) $A(x \cdot y) \geq \min\{A(x), A(y)\}, \ \forall x, y \in G,$
$A\left(x^{-1}\right) \geq A(x), \ \forall x \in G$

(ஆ) $A(x \cdot y) \geq \max\{A(x), A(y)\}, \ \forall x, y \in G,$
$A\left(x^{-1}\right) \geq A(x), \ \forall x \in G$

(இ) $A(x \cdot y) = 1, \ \forall x, y \in G,$
$A\left(x^{-1}\right) \geq A(x), \ \forall x \in G$

(ஈ) $A(x \cdot y) = 0, \ \forall x, y \in G,$
$A\left(x^{-1}\right) \geq A(x), \ \forall x \in G$

A is a fuzzy subgroup of a group $(G,\cdot)$ if

(a) $A(x\cdot y)\geq \min\{A(x), A(y)\}$, $\forall x,y\in G$,
$A\left(x^{-1}\right)\geq A(x)$, $\forall x\in G$

(b) $A(x\cdot y)\geq \max\{A(x), A(y)\}$, $\forall x,y\in G$,
$A\left(x^{-1}\right)\geq A(x)$, $\forall x\in G$

(c) $A(x\cdot y)=1$, $\forall x,y\in G$,
$A\left(x^{-1}\right)\geq A(x)$, $\forall x\in G$

(d) $A(x\cdot y)=0$, $\forall x,y\in G$,
$A\left(x^{-1}\right)\geq A(x)$, $\forall x\in G$

10. A என்பது $(G,\cdot)$ எனும் குலத்தின் பலமதிப்புகள் உட்குலம் எனில்

(அ) $A(e)=1$ (ஆ) $A(e)\geq x\ \forall x\in G$

(இ) $A(e)=0$ (ஈ) $A(e)\leq x\ \forall x\in G$

If A is a fuzzy subgroup of a group $(G,\cdot)$ then

(a) $A(e)=1$ (b) $A(e)\geq x\ \forall x\in G$

(c) $A(e)=0$ (d) $A(e)\leq x\ \forall x\in G$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) A என்பது X இன் பல மதிப்புகள் உட்கணம் எனில் ${}^{1}A\neq\phi\Leftrightarrow A$ இயல் கணம் என நிறுவுக.

If A is a fuzzy set on X, prove that ${}^{1}A\neq\phi\Leftrightarrow A$ is normal.

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்டவற்றை வரையறுக்க :

(i) α – வெட்டு

(ii) வலுவான α – வெட்டு

(iii) மட்டக் கணம்.

Define the following :

(i) α – cut.

(ii) strong α – cut.

(iii) level set.

12. (அ) டீ மார்கன் விதிகளைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove De Morgan laws.

Or

(ஆ) பல மதிப்புகள் கணங்களின் சேர்ப்புச் செய்கையின் வரைவிலக்கணம் இருமதிப்புகள் கணங்களின் சேர்ப்புச் செய்கை வரைவிலக்கணத்தின் நீட்சியே என நிறுவுக.

Prove that the definition of fuzzy union is an extension of the definition of crisp union.

13. (அ) A ஒரு பலமதிப்புகள் கணம் எனில் α_{A^C}, $[(1-\alpha)+_A]^C$ ஆகியவற்றின் இடையே உள்ள உறவைத் தருவிக்க.

If A is a fuzzy set, derive the relation between α_{A^C} and $[(1-\alpha)+_A]^C$.

Or

(ஆ) $[(1-\alpha)_A]^C$, α_{A^C} ஆகியவற்றின் இடையே உள்ள உறவு என்ன? இவை சமமல்ல எனில் எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

What is the relation between $[(1-\alpha)_A]^C$ and α_{A^C}? If they are not equal, explain with an example.

14. (அ) R என்பது X இன் பல மதிப்புகள் உறவு எனில் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக :

(i) $\text{dom } R = \text{ran } R^{-1}$.

(ii) $\text{ran } R = \text{dom } R^{-1}$.

(iii) $h(R) = h(R^{-1})$.

If R is a fuzzy relation on X, prove the following :

(i) $\text{dom } R = \text{ran } R^{-1}$.

(ii) $\text{ran } R = \text{dom } R^{-1}$.

(iii) $h(R) = h(R^{-1})$.

Or

(ஆ) R ஒரு பலமதிப்புகள் கடத்தல் உறவு எனில் $R \circ R \leq R$. என நிறுவுக.

If R is a fuzzy transitive relation on a set X, prove that $R \circ R \leq R$.

15. (அ) பலமதிப்புகள் உட்குலத்தை வரையறுத்து எடுத்துக்காட்டுகள் தருக.

Define fuzzy subgroup and give examples.

Or

(ஆ) $A : Z \to [0,1]$, $A(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ இரட்டைப்படை எண்} \\ 0, & \text{பிற உறுப்புக்களில்} \end{cases}$

எனில் A ஆனது Z இன் பலமதிப்புகள் உட்குலம் என நிறுவுக.

Define $A : Z \to [0,1]$ as

$$A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \text{ is even} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Prove that A is a fuzzy subgroup of Z.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) A என்பது X இன் பலமதிப்புகள் கணம் எனில் $h(A) = \sup\{\alpha \mid {}^{\alpha}A \neq \phi\}$ என நிறுவுக.

If A is a fuzzy set on X, prove that

$$h(A) = \sup\{\alpha \mid {}^{\alpha}A \neq \phi\}.$$

Or

(ஆ) A ஒரு பலமதிப்புகள் கணம் எனில் ${}^{\beta}A \subset {}^{\alpha}A \Rightarrow \alpha < \beta$ என்பதை எடுத்துக்காட்டுடன் நிறுவுக.

If A is a fuzzy set, prove that ${}^{\beta}A \subset {}^{\alpha}A \Rightarrow \alpha < \beta$ by giving an example.

17. (அ) பலமதிப்புகள் கணங்களின் எந்த ஒரு தொகுப்பிற்கும் சேர்க்கை, வெட்டுச் செய்கைகளை வரையறுக்க. $\forall i \in N$, $\forall j \in N$, $A_i(j) = \frac{1}{i+j}$ எனில் $\bigcup_i A_i$, $\bigcap_i A_i$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

Define arbitrary union and arbitrary intersection of fuzzy sets. If $\forall i \in N$ and $\forall j \in N$, $A_i(j) = \frac{1}{i+j}$ find $\bigcup_i A_i$ and $\bigcap_i A_i$.

Or

(ஆ) $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A(x) = \frac{x}{x+2}$, $B(x) = 2^{-x}$ மற்றும் $C(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$ எனில் $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

If $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A(x) = \frac{x}{x+2}$, $B(x) = 2^{-x}$, $C(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$ find $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $\overline{A}$, $\overline{B}$ and $\overline{C}$.

18. (அ) $\{A_i \mid i \in I\}$ என்பது X இன் பலமதிப்புக் கணங்களின் தொகுப்பு எனில் ${}^{\alpha}\bigcap A_i = \bigcap {}^{\alpha}A_i$ என நிறுவுக.

If $\{A_i \mid i \in I\}$ is a family of fuzzy sets on X, prove that ${}^{\alpha}\bigcap A_i = \bigcap {}^{\alpha}A_i$.

Or

(ஆ) A, B என்பன் X இன் பல மதிப்புகள் கணங்கள் மற்றும் $\alpha \in [0,1]$ எனில்

(i) $A = B \Leftrightarrow {}^{\alpha}A = {}^{\alpha}B$.

(ii) $A = B \Leftrightarrow {}^{\alpha+}A = {}^{\alpha+}B$.

If A, B are fuzzy sets on X and $\alpha \in [0,1]$ prove that

(i) $A = B \Leftrightarrow {}^{\alpha}A = {}^{\alpha}B$.

(ii) $A = B \Leftrightarrow {}^{\alpha+}A = {}^{\alpha+}B$.

19. (அ) X இன் எந்த இரு பலமதிப்புகள் சமான உறவுகளின் வெட்டும் ஒரு பலமதிப்புகள் சமான உறவு என நிறுவுக.

Show that the intersection of any two fuzzy equivalence relations on X is a fuzzy equivalence relation on X.

Or

(ஆ) $X = N$ என்க. $R(x, y) = \frac{1}{x+y}$ எனில் R ஒரு பலமதிப்புகள் சமான உறவா எனச் சோதித்துப் பார்க்க.

Let $X = N$. If $R(x, y) = \frac{1}{x+y}$ check whether R is a fuzzy equivalence relation or not.

20. (அ) A என்பது G எனும் குலத்தின் அற்பமற்ற பல மதிப்புகள் கணம் என்க. A ஆனது G இன் பல மதிப்புகள் உட்குலம் $\Leftrightarrow \forall \alpha \in G$, ஆனது G இன் உட்குலம் α_A என நிறுவுக.

Let A be a non-trivial fuzzy set of a group G. Prove that A is a fuzzy subgroup of $G \Leftrightarrow \forall \alpha \in G$, α_A is a subgroup of G.

Or

(ஆ) இணை உட்குலத்தை வரையறுக்க. A என்பது G எனும் குலத்தின் பலமதிப்புகள் இயல் உட்குலம் எனில் A_g ஆனது G இன் இயல் உட்குலம் என நிறுவுக.

Define conjugate subgroup. If A is a fuzzy normal subgroup of G, then prove that A_g is a normal subgroup of G.