

Evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{f} = (x+y)\vec{i} + (x-y)\vec{j}$

and the curve C is the rectangle in the $x-y$ plane bounded by $y=0, y=b, x=0, x=a$.

20. (அ) $\vec{A} = yz\vec{i} + 2y^2\vec{j} + xz^2\vec{k}$ க்கு பாய்வு தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க. இங்கு $x=0, y=0, z=0, z=2$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 9 = 0$ என்ற பகுதிக்கு கணக்கிடவும்.

Verify the divergence theorem for $\vec{A} = yz\vec{i} + 2y^2\vec{j} + xz^2\vec{k}$, taken over the region bounded by $x=0, y=0, z=0, z=2$ and $x^2 + y^2 - 9 = 0$.

Or

- (ஆ) $x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$ என்பவைகளால் குழப்பட்ட தளத்தில் $\vec{f} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + 3x\vec{k}$ க்கு ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

If $\vec{f} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + 3x\vec{k}$ verify stokes theorem for the region bounded by the planes $x=0, y=0, z=0$ and $x+y+z=1$.

Reg. No. :

Code No. : 20127

Sub. Code : R 4 MA 2 B/
B 4 MA 2 B

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2012.

Second/Fourth Semester

Mathematics — Allied

DIFFERENTIAL EQUATION, LAPLACE
TRANSFORMS AND VECTOR INTEGRATION

(For those who joined in July 2009 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $z = f(x^2 + y^2)$ யிலிருந்து சார்பை நீக்க கிடைப்பது

(அ) $py = qx$

(ஆ) $px = qy$

(இ) $x = py$

(ஈ) $y = qx$

Eliminate the arbitrary function from
 $z = f(x^2 + y^2)$

- (a) $py = qx$ (b) $px = qy$
 (c) $x = py$ (d) $y = qx$

2. கிளேராட்டின் வடிவத்திலமைந்த பகுதி வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வடிவம்

- (அ) $z = px + f(p)$
 (ஆ) $z = qy + f(q)$
 (இ) $z = px + qy + f(pq)$
 (ஈ) $z = ax + by + f(ab)$

The clairauts form of partial differential equation is

- (a) $z = px + f(p)$
 (b) $z = qy + f(q)$
 (c) $z = px + qy + f(pq)$
 (d) $z = ax + by + f(ab)$

3. $L(e^{2t})$ ன் மதிப்பு

- (அ) $\frac{1}{S+2}$ (ஆ) $\frac{1}{S}$
 (இ) $\frac{1}{S-2}$ (ஈ) 1

Value of $L(e^{2t})$

- (a) $\frac{1}{S+2}$ (b) $\frac{1}{S}$
 (c) $\frac{1}{S-2}$ (d) 1

4. $L(\sin ax)$ ன் மதிப்பு

- (அ) $\frac{S}{S^2 + a^2}$ (ஆ) $\frac{S}{S^2 - a^2}$
 (இ) $\frac{a}{S^2 + a^2}$ (ஈ) $\frac{a}{S^2 - a^2}$

Value of $L(\sin ax)$ is

- (a) $\frac{S}{S^2 + a^2}$ (b) $\frac{S}{S^2 - a^2}$
 (c) $\frac{a}{S^2 + a^2}$ (d) $\frac{a}{S^2 - a^2}$

5. $\int_0^1 \int_0^2 xy^2 dy dx$ ன் மதிப்பு

- (அ) 1 (ஆ) 2
 (இ) 3 (ஈ) 0

Evaluate $\int_0^1 \int_0^2 xy^2 dy dx$ is

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 0.

6. $\int_0^a \int_0^a x dx dy$ ன் மதிப்பு

- (அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) $\frac{a^3}{2}$
(இ) $\frac{a^3}{3}$ (ஈ) $\frac{a^2}{2}$

The value of $\int_0^a \int_0^a x dx dy$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{a^3}{2}$
(c) $\frac{a^3}{3}$ (d) $\frac{a^2}{2}$

7. C என்பது $(0,0)$ மற்றும் $(1,1)$ என்ற இரு புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் நேர்கோடு மற்றும் $\vec{f} = x^2 \vec{i} - xy \vec{j}$ எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r} =$

- (அ) 1 (ஆ) 0
(இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) 3

If $\vec{f} = x^2 \vec{i} - xy \vec{j}$ and C is the line joining the points $(0,0)$ and $(1,1)$ then $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ is

- (a) 1 (b) 0
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 3

8. $\vec{f} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j}$ மற்றும் C என்பது $(0,0)$ மற்றும் $(1,1)$ என்ற புள்ளியை இணைக்கும் நேர் கோடு எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ன் மதிப்பு காண்

- (அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{1}{3}$
(இ) 1 (ஈ) 0.

If $\vec{f} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j}$ and C is the straight line joining the points $(0,0)$ and $(1,1)$ find $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) 1 (d) 0.

9. S என்ற மூடிய தளத்திற்கு கனஅளவு V எனில் $\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} ds$

என்பது

- (அ) $3V$ (ஆ) V
(இ) $2V$ (ஈ) ஏதுமில்லை.

If V is the volume of closed surfaces S then

$$\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} ds \text{ is}$$

- (a) $3V$ (b) V
(c) $2V$ (d) none.

10. ஸ்டோக்கின் தேற்றத்தின் படி $\iint_S (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{n} ds$

- (அ) 0 (ஆ) $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$
(இ) $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{f}$ (ஈ) $\int_C \vec{r} \cdot \vec{f} dx$

By Stoke's theorem $\iint_S (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{n} ds$

- (a) 0 (b) $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$
(c) $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{f}$ (d) $\int_C \vec{r} \cdot \vec{f} dx$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (அ) தீர்: $p + q = x + y$.

Solve: $p + q = x + y$.

Or

(ஆ) தீர்: $x^2 p + y^2 q = z^2$.

Solve: $x^2 p + y^2 q = z^2$.

12. (அ) $L(x^2 e^{-ax})$ காண்க.

Find $L(x^2 e^{-ax})$.

Or

(ஆ) $L^{-1} \frac{S}{(S+2)^2}$ காண்க.

Find $L^{-1} \frac{S}{(S+2)^2}$.

13. (அ) $\int_0^\pi \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta dr d\theta$ ஐக் காண்.

Evaluate: $\int_0^\pi \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta dr d\theta$.

Or

(ஆ) மதிப்பு காண் $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 x^2 yz dz dy dx$.

Evaluate $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 x^2 yz dz dy dx$.

14. (அ) $\vec{f} = 3xy\vec{i} - 5z\vec{j} + 10x\vec{k}$ என்ற விசை
 $c: x = 1 + t^2, y = 2t^2, z = t^3$ என்ற வரையில் $t = 1$
லிருந்து $t = 2$ வரை செய்த வேலையைக் காண்க.

Find the work done by the force $\vec{f} = 3xy\vec{i} - 5z\vec{j} + 10x\vec{k}$ along the curve $c: x = 1 + t^2, y = 2t^2, z = t^3$ from $t = 1$ to $t = 2$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ என்ற கோளத்தின் வளைதளப் பரப்பின் மீது $\iint_S (x\vec{i} - y\vec{j} + 2z\vec{k}) \cdot \vec{n} \, ds$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iint_S (x\vec{i} - y\vec{j} + 2z\vec{k}) \cdot \vec{n} \, ds$ where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

15. (அ) V என்பது மூடிய பரப்பை உள்ளடக்கிய கொள்ளளவு எனில் $\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} \, ds = 3V$ என நிரூபிக்க.

Prove that for a closed surface s , $\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} \, ds = 3V$ where V is the volume enclosed by S .

Or

(ஆ) பாய்வு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} \, ds = 4\pi a^3$,

என நிறுவுக. S என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ன் பரப்பாகும்.

Using divergence theorem show that $\iint_S \vec{r} \cdot \vec{n} \, ds = 4\pi a^3$, S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

16. (அ) தீர் : $x(x^2 - y^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$.

Solve : $x(x^2 - y^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$.

Or

(ஆ) தீர் :

(i) $p^3 + q^3 = 27z$

(ii) $z^2(p^2 + q^2 + 1) = 1$.

Solve :

(i) $p^3 + q^3 = 27z$

(ii) $z^2(p^2 + q^2 + 1) = 1$.

17. (அ) (i) $L \frac{1 - \cos 2x}{x}$.

(ii) $L \frac{1 - e^x}{x}$ ஐக் காண்க.

Evaluate :

(i) $L \frac{1 - \cos 2x}{x}$

(ii) $L \frac{1 - e^x}{x}$

Or

(ஆ) (i) $L^{-1} \left[\log \left(\frac{s+1}{s+2} \right) \right]$

(ii) $L^{-1} \frac{1}{s(s+a)}$ ஐக் காண்க.

Find :

(i) $L^{-1} \left[\log \left(\frac{s+1}{s+2} \right) \right]$

(ii) $L^{-1} \frac{1}{s(s+a)}$

18. (அ) D என்பது $x^2 + y^2 \leq 1$ எனும் வட்டத்தட்டு எனில் $\iint_D x^2 y^2 dx dy$ ன் மதிப்பு காண்க.

Evaluate $\iint_D x^2 y^2 dx dy$ where D is the circular disc $x^2 + y^2 \leq 1$.

Or

- (ஆ) $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dx dy$ மேலும் இதிலிருந்து $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ ஐக் கண்டுபிடி.

Evaluate $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dx dy$. Hence calculate $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$.

19. (அ) $\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ மற்றும் C என்ற வளைவரை $x - y$ தளத்தில் $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ என்பவைகளால் சூழப்பட்ட செவ்வகம் எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ன் மதிப்பு காண்.

Evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ and the curve C is the rectangle in the $x - y$ plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$.

Or

- (ஆ) $\vec{f} = (x + y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$ மற்றும் C என்ற வளைவரை $x - y$ தளத்தில் $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ என்பவைகளால் சூழப்பட்ட செவ்வகம் எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ன் மதிப்பு காண்.