

Reg. No. :

Code No. : 20833

Sub. Code : GAMA 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2016.

Second Semester

Mathematics – Allied

VECTOR CALCULUS

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒருதள வெக்டார்களாக இருந்தால், இருக்க வேண்டியது _____.

(அ) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ (ஆ) $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 0$

(இ) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = 0$ (ஈ) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = 0$

The vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are coplanar iff _____.

(a) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ (b) $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 0$

(c) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = 0$ (d) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = 0$.

Evaluate $\iiint_S f \cdot n \, ds$, where $f = 4xzi - y^2j + yzk$ and S is the cube bounded by $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0$ and $z = 1$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 = a^2; z = 0$ மற்றும் $z = h$ -ஆல் உருவான உருளைப் பகுதி S , $f = yi + xj + z^2k$ எனில் காஸின் விரிவு தேற்றத்தைச் சரிபார்.

Verify Gauss divergence theorem for $f = yi + xj + z^2k$ for the cylindrical region S given by $x^2 + y^2 = a^2; z = 0$ and $z = h$.



2. \vec{f}, \vec{g} வெக்டார்கள் சுழற்சியற்றவை எனில் $\vec{f} \times \vec{g}$ ஓர் _____

(அ) சுழற்சியற்றது (ஆ) 0

(இ) பாய்வற்றது (ஈ) மாறிலி

If \vec{f} and \vec{g} are irrotational, $\vec{f} \times \vec{g}$ is _____

(a) irrotational (b) 0

(c) solenoidal (d) constant

3. $\int \sec x dx$ ன் மதிப்பு _____

(அ) $\log \tan \frac{x}{2}$ (ஆ) $\log \tan \frac{\pi}{4}$

(இ) $\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$ (ஈ) $\log x$

$\int \sec x dx =$ _____

(a) $\log \tan \frac{x}{2}$ (b) $\log \tan \frac{\pi}{4}$

(c) $\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$ (d) $\log x$

4. $\int \frac{2x+1}{x^2+x+7} dx$ ன் மதிப்பு _____

(அ) $\frac{1}{2} \log(x^2+x+7)$ (ஆ) $\log(x^2+x+7)$

(இ) $\log(2x+1)$ (ஈ) $\log x$

$\int \frac{2x+1}{x^2+x+7} dx =$ _____

(a) $\frac{1}{2} \log(x^2+x+7)$ (b) $\log(x^2+x+7)$

(c) $\log(2x+1)$ (d) $\log x$

5. $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz$ -ன் மதிப்பு _____

(அ) -1 (ஆ) 0

(இ) 1 (ஈ) 3

$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz =$ _____

(a) -1 (b) 0

(c) 1 (d) 3



6. $x=0, x=a, y=0, y=b$ கோடுகளுக்கிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு _____

(அ) $\int_0^b \int_0^a dy dx$

(ஆ) $\int_0^a \int_0^b dx dy$

(இ) $\int_a^b dx$

(ஈ) $\int_a^b dy$

The area of the region bounded by $x=0, x=a, y=0$ and $y=b$ is

(a) $\int_0^b \int_0^a dy dx$

(b) $\int_0^a \int_0^b dx dy$

(c) $\int_a^b dx$

(d) $\int_a^b dy$

7. $f = xi + yj$ எனில் $y = x$ என்ற கோட்டின் வழி,

$\int_{(1,1)}^{(2,2)} f \cdot dr = \underline{\hspace{2cm}}$

(அ) 1

(ஆ) 3

(இ) 0

(ஈ) -1

If $f = xi + yj$, along the line $y = x$, $\int_{(1,1)}^{(2,2)} f \cdot dr =$

(a) 1

(b) 3

(c) 0

(d) -1

8. $\vec{f} = x^2 \vec{i} - xy \vec{j}$ மற்றும் C என்பது $(0,0), (1,1)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு எனில், $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ இன் மதிப்பு _____

(அ) 1

(ஆ) 0

(இ) -1

(ஈ) 2

If $\vec{f} = x^2 \vec{i} - xy \vec{j}$ and C is the straight line joining the points $(0,0), (1,1)$, then $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ is _____

(a) 1

(b) 0

(c) -1

(d) 2

9. S என்ற மூடிய தளத்தின் கனஅளவு V மற்றும் $\vec{f} = ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}$ எனில் $\iint_S \vec{f} \cdot \vec{n} dS$ ன் மதிப்பு _____

(அ) $(a+b+c)V$

(ஆ) $3V$

(இ) $(a+b+c)^3 V^3$

(ஈ) 0



If S is any closed surface enclosing a volume V and $\vec{f} = ax\vec{i} + by\vec{j} + cz\vec{k}$ then $\iint_S \vec{f} \cdot \vec{n} dS$ is —————

- (a) $(a+b+c)V$ (b) $3V$
(c) $(a+b+c)^3 V^3$ (d) 0

10. காஸ் விரிவு தேற்றம் _____ ஐ தொடர்புபடுத்துகின்றது.

- (அ) கோட்டுத் தொகை மற்றும் இரட்டைத் தொகை
(ஆ) கோட்டுத் தொகை மற்றும் தள தொகை
(இ) இரட்டைத் தொகை மற்றும் தள தொகை
(ஈ) தள தொகை மற்றும் கன அளவு தொகை

Gauss divergence theorem connects

- (a) line integral and double integral
(b) line integral and surface integral
(c) double integral and surface integral
(d) surface integral and volume integral

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 250 words.

11. (அ) u, v என்பன இரு வெக்டார்கள் எனில் $\frac{d}{dt}(u \times v) = u \times \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \times v$ என நிறுவுக.

If u and v are two vectors, prove that $\frac{d}{dt}(u \times v) = u \times \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \times v$.

Or

(ஆ) $\text{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$ என நிரூபித்து, அதிலிருந்து $n = -3$ என்பது $r^n \vec{r}$ பாய்வற்றது என்பதற்கு தேவையான போதுமான நிபந்தனை என தருவி.

Prove that $\text{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$ and deduce that $r^n \vec{r}$ is solenoidal iff $n = -3$.

12. (அ) $\int \sin^4 x dx$ -ஐக் காண்க.

Evaluate $\int \sin^4 x dx$.

Or

(ஆ) $\int x^4 e^x dx$ -ஐக் காண்க.

Evaluate $\int x^4 e^x dx$.



13. (அ) $\int_0^{\pi} \int_0^{\cos \theta} r \sin \theta dr d\theta$ மதிப்பு காண்க.

Evaluate $\int_0^{\pi} \int_0^{\cos \theta} r \sin \theta dr d\theta$.

Or

- (ஆ) $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^k r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^k r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$.

14. (அ) C வளைவரை : $x=t^2+1, y=2t^2, z=t^3$ எனில் $t=1$ முதல் $t=2$ வரை $F=3xyi+5zj+10xk$ என்ற விசை C வழியே செய்த வேலையைக் காண்க.

Find the work done by the force $F=3xyi+5zj+10xk$ along the curve C .
 $x=t^2+1, y=2t^2, z=t^3$ from $t=1$ to $t=2$.

Or

- (ஆ) $x^2+y^2=16$ என்ற உருளையில் $z=0$ மற்றும் $z=5$ -க்கு இடைப்பட்ட முதலாம் மிகைக் கால்பகுதி தளம் S எனில் $\iint_S f \cdot n dS$ ஐக் காண்க.

Evaluate $\iint_S f \cdot n dS$ where

$f=zi+xj-3y^2zk$ and S is the surface of the cylinder $x^2+y^2=16$ included in the first octant between $z=0$ and $z=5$.

15. (அ) $x^2+y^2+z^2=a^2$ என்ற தளம் S எனில் காஸின் விரிவு தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\iiint_V xy dy dz + y^2 dz dx + yz dx dy$ யின் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iiint_V xy dy dz + y^2 dz dx + yz dx dy$ by using Gauss divergence theorem where S is the surface $x^2+y^2+z^2=a^2$.

Or



(ஆ) $y = x$ மற்றும் $y = x^2$ என்பனவற்றால் சூழப்பட்ட மூடிய பகுதி C எனில் கிரீன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $\int_C (xy + y^2)dx + x^2dy$ -ஐக் காண்க.

By using Greens theorem, evaluate $\int_C (xy + y^2)dx + x^2dy$, where C is the closed region bounded by $y = x$ and $y = x^2$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Answer should not exceed 600 words.

16. (அ) $(1,2,2)$ என்ற புள்ளியில் $xyz = 4$ என்ற தளத்திற்குரிய (i) தொடுகோடு மற்றும் (ii) செங்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the equation of the (i) tangent plane and (ii) normal line to the surface $xyz = 4$ at $(1,2,2)$.

Or

Page 10 Code No. : 20833

- (ஆ) $(4,-3,2)$ என்ற புள்ளியில் $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ மற்றும் $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ and $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ at $(4,-3,2)$.

17. (அ) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx$ -ஐக் காண்க.

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx$.

Or

- (ஆ) $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx = \pi - 2$ என நிறுவுக.

Prove that $\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx = \pi - 2$.

18. (அ) $x = y^2$, $x = 2 - y$, $y = 0$, $y = 1$ என்பது சூழப்பட்ட பகுதி D எனில் $I = \iint_D xy dx$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

Page 11 Code No. : 20833



Evaluate $I = \iint_D xy \, dx$ where D is the region bounded by the curve $x = y^2$, $x = 2 - y$, $y = 0$ and $y = 1$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் முதலாம் கால்பகுதிக்குட்பட்ட பகுதி D எனில் $\iiint_D xyz \, dx \, dy \, dz$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

Evaluate $\iiint_D xyz \, dx \, dy \, dz$ where D is the region bounded by the positive Octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

19. (அ) $y = 0$, $y = b$, $x = 0$ என்பன எல்லையாக உள்ள செவ்வக வளைவரை, $f = (x^2 + y^2)i - 2xyj$ எனில் $\int_C f \cdot dr$ யைக் காண்.

Evaluate $\int_C f \cdot dr$ where $f = (x^2 + y^2)i - 2xyj$ and the curve is the rectangle bounded by plane by $y = 0$, $y = b$, $x = 0$ $x = b$.

Or

Page 12 Code No. : 20833

(ஆ) $f = (2y + 3)i + xzj + (yz - x)k$ எனில் பின்வரும் பாதையில் $\int_C \bar{f} \cdot d\bar{r}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) பலகோண வழி AB, BC, CD இங்கு $A = (0, 0, 0)$, $B = (0, 0, 1)$, $C = (0, 1, 1)$ மற்றும் $D = (2, 1, 1)$.

(ii) $(0, 0, 0)$ மற்றும் $(2, 1, 1)$ புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் வழியாக.

If $f = (2y + 3)i + xzj + (yz - x)k$ evaluate $\int_C \bar{f} \cdot d\bar{r}$ along paths.

(i) The polygonal path AB, BC, CD where $A = (0, 0, 0)$, $B = (0, 0, 1)$, $C = (0, 1, 1)$ and $D = (2, 1, 1)$.

(ii) The straight line joining $(0, 0, 0)$ and $(2, 1, 1)$.

20. (அ) $f = 4xzi - y^2j + yzk$; $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$ மற்றும் $z = 1$ என்பனவற்றால் சூழப்பட்ட கனசதுரம் S எனில் $\iiint_S f \cdot n \, ds$ -ஐக் காண்க.

Page 13 Code No. : 20833

