

Reg. No. :

Code No. : 20828

Sub. Code : GMMA 61/
GMMC 61

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2016.

Sixth Semester

Mathematics — Main

Paper II — COMPLEX ANALYSIS

(Also Common to Mathematics with CA)

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $z = 4 + i3$ எனில் $|z| =$ _____

(அ) 7

(ஆ) 4

(இ) 3

(ஈ) 5

If $z = 4 + i3$, then $|z| =$ _____

(a) 7

(b) 4

(c) 3

(d) 5



2. $\left| \frac{z - z_1}{z - z_2} \right| = \lambda \ (\lambda \neq 1)$ ஒரு மெய் மாறிலி குறிக்கும் பாதை

- (அ) நேர்க்கோடு (ஆ) வட்டம்
(இ) நீண்ட வளையம் (ஈ) பரவளையம்

The equation $\left| \frac{z - z_1}{z - z_2} \right| = \lambda \ (\lambda \neq 1)$, a real constant represents is

- (a) straight (b) circle
(c) ellipse (d) parabola

3. $\lim_{z \rightarrow 2} \frac{z^2 - 4}{z - 2}$ ன் மதிப்பு _____

- (அ) 2 (ஆ) 0
(இ) 4 (ஈ) 1

Value of $\lim_{z \rightarrow 2} \frac{z^2 - 4}{z - 2}$ is _____

- (a) 2 (b) 0
(c) 4 (d) 1

4. $C - R$ சமன்பாட்டின் சிக்கல் அமைப்பு _____

- (அ) $f_x = if_y$ (ஆ) $f_x = i \frac{\partial f}{\partial x}$
(இ) $f_x = -if_y$ (ஈ) $f_x = i \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

Complex form of $C - R$ equation is _____

- (a) $f_x = if_y$ (b) $f_x = i \frac{\partial f}{\partial x}$
(c) $f_x = -if_y$ (d) $f_x = i \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

5. $w = z + b$ - ன் நிலைப்புள்ளிகள் $z =$ _____

- (அ) 0 (ஆ) ∞
(இ) 0 மற்றும் ∞ (ஈ) 1

The fixed points of $w = z + b$ is $z =$ _____

- (a) 0 (b) ∞
(c) 0 and ∞ (d) 1

6. $w = z + \frac{b}{d}$ என்ற உருமாற்றத்தில் $C = 0$ மற்றும் $\frac{a}{d} = 1$

என மதிப்பிட்டால், அதன் உருமாற்றம் _____

- (அ) நேர்மாறு
(ஆ) சுழற்சி
(இ) நேர்மாறு மற்றும் சுழற்சி
(ஈ) இட மாற்றம்



If $C=0$ and $\frac{a}{d}=1$ is $w=z+\frac{b}{d}$, then the transformation is _____

- (a) inversion
- (b) rotation
- (c) inversion and rotation
- (d) translation

7. C என்பது $|z|=2$ என்ற நேர்த்திசை வட்டமெனில்

$$\int_C \frac{e^z}{z-1} dz = \text{_____}$$

- (அ) $2\pi e^2$ (ஆ) $2\pi i$
- (இ) $2\pi e$ (ஈ) πe^2

If C is the positively oriented circle $|z|=2$, then

$$\int_C \frac{e^z}{z-1} dz = \text{_____}$$

- (a) $2\pi e^2$ (b) $2\pi i$
- (c) $2\pi e$ (d) πe^2

8. C என்பது $|z-2|=5$ என்ற வட்டமெனில் $\int_C \frac{dz}{z-3} =$

- (அ) πi (ஆ) $2\pi i$
- (இ) $\pi^2 i$ (ஈ) $2\pi e$

If C is the circle $|z-2|=5$, then $\int_C \frac{dz}{z-3} = \text{_____}$

- (a) πi (b) $2\pi i$
- (c) $\pi^2 i$ (d) $2\pi e$

9. $\frac{1}{z(z-i)}$ என்பதின் ஒரு மையப்புள்ளிகள் _____

- (அ) 0 மற்றும் 1 (ஆ) 0 மற்றும் i
- (இ) 1 மற்றும் 2 (ஈ) 2 மற்றும் 0

The singularities of $\frac{1}{z(z-i)}$ is _____

- (a) 0 and 1 (b) 0 and i
- (c) 1 and 2 (d) 2 and 0



10. $\frac{z}{z^2+1}$ என்ற சார்புக்கு $z=i$ ல் எச்ச மதிப்பு —————

(அ) 1 (ஆ) i

(இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) 0

The residue of the function $\frac{z}{z^2+1}$ at $z=i$ is ———

(a) 1 (b) i

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) z_1, z_2 என்பன ஏதோ இரு சிக்கலெண்கள் எனில் $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ என நிறுவுக.

If z_1, z_2 are any two complex numbers, prove that $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

Or

(ஆ) $2z\bar{z} + (i-1)z - (i+1)\bar{z} = 0$ என்ற வட்டத்தைப் பொறுத்து $-i$ என்ற புள்ளிக்கு எதிரிடைப் புள்ளியைக் காண்க.

Find the inverse point of $-i$ with respect to the circle $2z\bar{z} + (i-1)z - (i+1)\bar{z} = 0$.

Page 6 Code No. : 20828

12. (அ) சார்புகள் $f(z)$ மற்றும் $\overline{f(\bar{z})}$ ஆகியவை ஒருங்கமை பகுமுறை என நிறுவுக.

Prove that the functions $f(z)$ and $\overline{f(\bar{z})}$ are simultaneously analytic.

Or

(ஆ) பகுமுறை சார்புவின் மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகள் இசை சார்புகள் என நிறுவுக.

Prove that the real and imaginary parts of an analytic function are harmonic function.

13. (அ) $w = \frac{1}{z}$ என்ற சார்பு எதிர்வு மற்றும் பிரதிபலிப்பு ஆகியவற்றின் சேர்வுகள் எனக்காட்டு.

Show that the mapping $w = \frac{1}{z}$ is a combination of inversion and a reflection.

Or

(ஆ) இரு ஒரு படி மாற்றம் குறுக்கு விகிதத்தை பாதுகாக்கும் என நிறுவுக.

Prove that the cross ratio is preserved by a bilinear transformation.

Page 7 Code No. : 20828



14. (அ) C என்பது $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ மற்றும் $(0, 1)$

முனைகளை கொண்ட சதுரம் என்றால் $\int_C |z|^2 dz$ மதிப்பிடுக.

If C is the square with vertices $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ and $(0, 1)$, evaluate $\int_C |z|^2 dz$.

Or

(ஆ) மீப்பெரு மட்டுத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove maximum modulus theorem.

15. (அ) $\frac{z}{e^z - 1}$ ன் ஒரு மைப் புள்ளிகளைக் காண்க.

Determine the singularities of $\frac{z}{e^z - 1}$.

Or

(ஆ) கோஷியின் எச்சத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's residue theorem.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) z_1 மற்றும் z_2 என்ற புள்ளிகள்

$z\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$ என்ற வட்டத்தைப் பொருத்து நேர்மாறு புள்ளிகளாக மாற தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $z_1\bar{z}_2 + \bar{\alpha}z_1 + \alpha\bar{z}_2 + \beta = 0$ என நிறுவுக.

Prove that z_1 and z_2 are inverse points with respect to a circle $z\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$ iff $z_1\bar{z}_2 + \bar{\alpha}z_1 + \alpha\bar{z}_2 + \beta = 0$.

Or

(ஆ) கோளம் S - ன் மேல் உள்ள புள்ளி $Q = (x_1, x_2, x_3)$, சிக்கல் எண் $z = x + iy$ குறிக்குமானால் புள்ளி Q -ஐக் காண்க.

Find the point $Q = (x_1, x_2, x_3)$ on the sphere S that represents the complex numbers $z = x + iy$.



17. (அ) கோஷி-ரீமான் சமன்பாடுகளை தருவிக்க.

Derive Cauchy-Riemann equations.

Or

- (ஆ) $u = x^3 - 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 1$ என்பது ஓர் இசை சார்பு என நிறுவுக. மேலும் u மெய்ப்பகுதி எனில் பகுமுறை சார்பு $f(z)$ ஐக் காண்க.

Show that $u = x^3 - 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 1$ is harmonic. Find the analytic function $f(z)$ having u as its real part.

18. (அ) இரட்டை ஒரு படி உருமாற்றத்தின் கணம் சேர்க்கையின் கீழ் ஒரு குலம் என நிறுவுக.

Prove that set of all bilinear transformations is a group under composition.

Or

- (ஆ) $w = \frac{1}{z}$ ஐப் பொறுத்து நீளப்பட்டை $2 < x < 3$ ன் பிரதிபிம்பத்தைக் காண்க.

Find the image of the strip $2 < x < 3$ under

$$w = \frac{1}{z}.$$

19. (அ) குர்சாட்டின் துணைக் கோட்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி கோசியின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's theorem by using Goursat Lemma.

Or

- (ஆ) டெயிலரின் தொடரை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Taylors series.

20. (அ) லோராண்டின் தொடரைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Laurent's series.

Or

- (ஆ) $\frac{1}{z - \sin z}$ ன் முனைகளையும் மற்றும் எச்சங்களையும் காண்க.

Find the poles and residue of $\frac{1}{z - \sin z}$.

