Find $y(0.25)$ and $y(0.5)$ using modified Euler method with $h = 0.25$ given that $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + y$; $y(0) = 4$. Compare the values with the exact solution.

Reg. No. : ....

Code No. : 20874 **Sub. Code : GSPH 3 B**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2014.

Third Semester

Physics — Main

Skill Based Subject — APPLIED PHYSICS – NUMERICAL METHODS

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. கீழ்கண்டவற்றுள் மீண்டும் மீண்டும் முறை எது?

   (அ) காஸ் நீக்குதல் (ஆ) காஸ் ஜோர்ட்டான்

   (இ) கிரவுட் (ஈ) காஸ்சீடல்

   Which one of the following is an iterative method

   (a) Gauss elimination (b) Gauss-Jordan

   (c) Crout's (d) Gauss-Seidal

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

2. மாட்ரிக்ஸ் எண்ணின் கிடைமட்ட வரிசை மாற்றும் முறை

(அ) குறைத்தல் (ஆ) மாற்றுதல்

(இ) பைவோட்டிங் (ஈ) நீக்குதல்

The process of interchanging of rows of the coefficient matrix is called

(a) reduction (b) exchanging

(c) pivoting (d) elimination

3. வகுத்தல் வேறுபாடானது அதன் ஆர்க்யூமெண்டில் எவ்வாறு இருக்கும்

(அ) முடிவிலி (ஆ) சமச்சீராக

(இ) சமமாக (ஈ) சமச்சீரற்று

The divided difference are ———— in all this arguments

(a) infinite (b) symmetrical

(c) equal (d) asymmetrical

4. கியூபிக் ஸ்ப்லென் தோராயமானது கீழ்கண்ட எந்த வகை எண் புள்ளிக்கு பயன்படும்

(அ) அதிகம் (ஆ) குறைந்த

(இ) பத்து (ஈ) சுழி

Cubic spline approximation are useful for a ———— number of data points

(a) large (b) small

(c) ten (d) zero

5. குறைக்கப்பட்ட படிஅளவின் மதிப்பு ————

(அ) பிழையை அதிகரிக்கிறது

(ஆ) எவ்விதமாற்றமும் செய்யாது

(இ) பிழையை குறைக்கிறது

(ஈ) எதுமில்லை

The reduced step-size value ————

(a) increase the error (b) makes no change

(c) reduce the error (d) none

6. ஒரு மாறியை கொண்ட சார்பின் பிரயோகம் எவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது

(அ) கியூபேட்டர்

(ஆ) மெக்கானிக்கல் கியூபேட்டர்

(இ) மெக்கானிக்கல் க்வாரேச்சர்

(ஈ) பாலிமியல்

The process of numerical integration of a function of single variable is called

(a) cubature

(b) mechanical cubature

(c) mechanical quadrature

(d) polynomial

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

7. ________ முறை செவ்வக பரப்பில் இரு தொகை கெழுக்கான மதிப்பை காண பயன்படுகிறது

(அ) டிரப்பிசாய்டல் (ஆ) R.K.

(இ) ஆய்லர் (ஈ) எதுவுமில்லை

________ method is used to evaluate double integral over rectangular regions

(a) Trapezoidal (b) R.K.

(c) Euler (d) None

8. நியூட்டன் கோட்ஸ கோவையின் துல்லியம் எதை பொருத்தது

(அ) $f(x)$ (ஆ) n

(இ) x (ஈ) y

In Newton Cote's formula the accuracy depends on the value of

(a) $f(x)$ (b) n

(c) x (d) y

9. குவிக்கப்பட்ட டிரங்கேசன் பிழை எவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது

(அ) குளோபல் (ஆ) லோக்கல்

(இ) தோராயம் (ஈ) இடைப்பட்ட

Accumulated function error is also known as

(a) global (b) local

(c) average (d) medium

10. டெய்லர் வரிசை முறையானது

(அ) இருஅடி (ஆ) ஒருஅடி

(இ) தொகைக்கெழு (ஈ) வகைகெழு

Taylor series method is

(a) dual step (b) single

(c) integration (d) differentiation

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b), each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) காஸ்-சீடல் மீண்டும் மீண்டும் முறையை பற்றி விவாதி.

Discuss about the Gauss-Seidal iteration method.

Or

(ஆ) கீழ்கண்ட சமன்பாட்டு தொகுதிக்கு காஸ் நீக்குதல் முறையில் தீர்வு காண்.

$$5x_1 - x_2 + x_3 = 10$$
$$2x_1 + 4x_2 = 12$$
$$x_1 + x_2 + 5x_3 = -1.$$

Solve the following system of equation of Gauss elimination method

$$5x_1 - x_2 + x_3 = 10$$
$$2x_1 + 4x_2 = 12$$
$$x_1 + x_2 + 5x_3 = -1.$$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

12. (அ) நிரூபி $\underset{x_1, x_2, x_3}{\Delta^3}\left(\frac{1}{x_0}\right) = \frac{-1}{x_0\, x_1\, x_2\, x_3}$.

Show that $\underset{x_1, x_2, x_3}{\Delta^3}\left(\frac{1}{x_0}\right) = \frac{-1}{x_0\, x_1\, x_2\, x_3}$.

Or

(ஆ) வகுத்தல் வேறுபாடானது அனைத்து ஆர்க்யுமென்டிலும் சமச்சீரானது எனக் காண்பி.

Show that the divided difference are symmetrical in all their arguments.

13. (அ) காம்போசைட் டிரப்பிசாய்டல் விதிக்கான கோவையை வருவி.

Derive the formula for composite trapezoidal rule.

Or

(ஆ) $h = \frac{1}{2}$; $h = \frac{1}{4}$ எனக் கொண்டு $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$–கான தோராய மதிப்பை டிரப்பிசாய்டல் விதியை பயன்படுத்தி காண்.

Find the approximate value of $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using composite trapezoidal rule with $h = \frac{1}{2}$ and $h = \frac{1}{4}$.

14. (அ) காம்போசைட் சிம்சனின் $\frac{1}{3}$ விதிக்கான கோவை வருவி.

Derive the formula for composite Simpsons' $\frac{1}{3}$ rule.

Or

(ஆ) சிம்சனின் $\frac{3}{8}$ விதியை பயன்படுத்தி $\int_0^{\pi/2} \sin x\, dx$ –ஐ தீர்வு காண்.

Compute $\int_0^{\pi/2} \sin x\, dx$ using Simpson's three-eight's rule.

15. (அ) நான்கு படி டெய்லர் வரிசையை பயன்படுத்தி $x = 1.1$ மற்றும் $x = 1.2$ ஆக இருக்கும் பொழுது $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2; y(1) = 2$ y–ன் மதிப்பு காண்.

Using Taylor's series method of the 4th order find y at $x = 1.1$ and 1.2 by solving the equation $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2; y(1) = 2$.

Or

(ஆ) மேம்படுத்தப்பட்ட ஆய்லரின் விதிக்கான கோவை வருவி.

Derive the expression for improved Euler's formula.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b), each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) காஸ்–ஜோர்டான் நீக்குதல் முறையில்

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 10 & 2 \\ 5 & 1 & 20 & 3 \\ 9 & 7 & 39 & 4 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$ அணிக்கான நேர்மாறிலியை

காண்.

Find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 10 & 2 \\ 5 & 1 & 20 & 3 \\ 9 & 7 & 39 & 4 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$ by Gauss-Jordan

elimination method.

Or

(ஆ) கீழ்கண்ட சமன்பாட்டு தொகுதிக்கு காஸ்சீடன் மீண்டும் மீண்டும் முறையில் தீர்வு காண்.

$$10x_1 + 2x_2 + x_3 = 9$$
$$x_1 + 10x_2 - x_3 = -22$$
$$-2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 22.$$

Solve the following equation by Gauss-Seidal's iteration method.

$$10x_1 + 2x_2 + x_3 = 9$$
$$x_1 + 10x_2 - x_3 = -22$$
$$-2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 22.$$

17. (அ) கியூபின் ஸ்ப்லைன் இன்டர்பொலேசன் பற்றி குறிப்பு எழுதுக.

Write a note on cubre spline interpolation.

Or

(ஆ) கீழ்கண்ட குறிப்பை பயன்படுத்தி லெக்ராஞ்சி முறையில் 40 வருடங்களுக்கான நோயாளிகளின் எண்ணிக்கையை சதவீதத்தில் காண்.

Age over (x) years :	30	35	45	55
% number (y) of patients :	148	96	68	34

Determine by Lagrange's method the percentage number of patients over 40 years using the following data.

Age over (x) years :	30	35	45	55
% number (y) of patients :	148	96	68	34

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

18. (அ) கீழ்கண்ட விவரத்தின் அடிப்படையில் தொகைக்கெழு $\int_{0.5}^{1.1} xy^2\, dx\, dy$ –க்கு தீர்வுகாண்.

x :	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
y :	0.4804	0.5669	0.6490	0.7262	0.7985	0.8658	0.9281

Using the data of the following table, compute the integral $\int_{0.5}^{1.1} xy^2\, dx\, dy$ trapezoidal rule.

x :	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
y :	0.4804	0.5669	0.6490	0.7262	0.7985	0.8658	0.9281

Or

(ஆ) $h = 0.5$ $k = 0.25$ எனக்கொண்டு $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx\, dy}{x + y + 1}$ ஐ டிரப்பிசாய்டல் விதிமூலம் தீர்க்க.

Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx\, dy}{x + y + 1}$ by using trapezoidal rule by taking $h = 0.5$ and $k = 0.25$.

19. (அ) சிம்சன் மற்றும் காம்போசைட் சிம்சன் $\frac{3}{8}$ விதிக்கான கோவையை வருவி.

Derive the formula for Simpson's and composite Simpson's $\frac{3}{8}$ rule.

Or

(ஆ) $I = \int_2^3 \frac{dx}{1 + x}$ –ஐ காஸ் லெஜண்டர் தொகைக் கெழுவை பயன்படுத்தி தீர்க்க ($n = 4$).

Evaluate $I = \int_2^3 \frac{dx}{1 + x}$ using Gauss-Legendre integration method with $n = 4$.

20. (அ) டெய்லர் வரிசைக்கான சார்பை தருவி.

Derive the function of Taylor series.

Or

(ஆ) $h = 0.25$ எனக் கொண்டு மாற்றப்பட்ட ஆய்லரின் முறை மூலம் $y(0.25)$ மற்றும் $y(0.5)$க்கு மதிப்பு காண். Given $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + y$; $y(0) = 4$ இந்த மதிப்பை சரியான தீர்வுடன் ஒப்பிடுக.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

18. (அ) கீழ்கண்ட விவரத்தின் அடிப்படையில் தொகைக்கெழு $\int_{0.5}^{1.1} xy^2\, dx\, dy$ –க்கு தீர்வுகாண்.

x :	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
y :	0.4804	0.5669	0.6490	0.7262	0.7985	0.8658	0.9281

Using the data of the following table, compute the integral $\int_{0.5}^{1.1} xy^2\, dx\, dy$ trapezoidal rule.

x :	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
y :	0.4804	0.5669	0.6490	0.7262	0.7985	0.8658	0.9281

Or

(ஆ) $h = 0.5$ $k = 0.25$ எனக்கொண்டு $\int_0^1\int_0^1 \frac{dx\, dy}{x + y + 1}$ ஐ டிரப்பிசாய்டல் விதிமூலம் தீர்க்க.

Evaluate $\int_0^1\int_0^1 \frac{dx\, dy}{x + y + 1}$ by using trapezoidal rule by taking $h = 0.5$ and $k = 0.25$.

19. (அ) சிம்சன் மற்றும் காம்போசைட் சிம்சன் $\frac{3}{8}$ விதிக்கான கோவையை வருவி.

Derive the formula for Simpson's and composite Simpson's $\frac{3}{8}$ rule.

Or

(ஆ) $I = \int_2^3 \frac{dx}{1 + x}$–ஐ காஸ் லெஜண்டர் தொகைக் கெழுவை பயன்படுத்தி தீர்க்க ($n = 4$).

Evaluate $I = \int_2^3 \frac{dx}{1 + x}$ using Gauss-Legendre integration method with $n = 4$.

20. (அ) டெய்லர் வரிசைக்கான சார்பை தருவி.

Derive the function of Taylor series.

Or

(ஆ) $h = 0.25$ எனக் கொண்டு மாற்றப்பட்ட ஆய்லரின் முறை மூலம் $y(0.25)$ மற்றும் $y(0.5)$க்கு மதிப்பு காண். Given $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + y$; $y(0) = 4$ இந்த மதிப்பை சரியான தீர்வுடன் ஒப்பிடுக.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam