

Reg. No. :

Code No. : 20847 Sub. Code : GMMA 6 A

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2016.

Sixth Semester

Mathematics – Main

Elective — NUMBER THEORY

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. பின்வருபவற்றில் எது லூக்காஸ் வரிசை?

(அ) 1, 3, 6, 9, 12... (ஆ) 1, 3, 4, 7, 11...

(இ) 1, 3, 3², 3³... (ஈ) 1, 3, 4, 5, 6...

Which one of the following is a Lucas sequence?

(a) 1, 3, 6, 9, 12... (b) 1, 3, 4, 7, 11...

(c) 1, 3, 3², 3³... (d) 1, 3, 4, 5, 6...

(ஆ) நிரூபி :

(i) $2^{340} \equiv 1 \pmod{341}$

(ii) $18! \equiv -1 \pmod{437}$.

Prove :

(i) $2^{340} \equiv 1 \pmod{341}$

(ii) $18! \equiv -1 \pmod{437}$.



2. $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

(அ) $\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

(ஆ) $\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$

(இ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

(ஈ) $\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$

3. $-69 = q(7) + r, 0 \leq r \leq 7$ எனில் $q = \underline{\hspace{2cm}}$

(அ) 9

(ஆ) 10

(இ) 8

(ஈ) 7

If $-69 = q(7) + r, 0 \leq r \leq 7$ then $q = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 9

(b) 10

(c) 8

(d) 7

4. $\text{g.c.d}(8, 36) = \underline{\hspace{2cm}}$

(அ) -4

(ஆ) 4

(இ) -2

(ஈ) 2

$\text{g.c.d}(8, 36) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) -4

(b) 4

(c) -2

(d) 2

5. $n^2 - 4$ என்ற வடிவத்தில் உள்ள ஒரே பகா எண்

(அ) 12

(ஆ) 21

(இ) 5

(ஈ) 0

The only prime of the form $n^2 - 4$ is

(a) 12

(b) 21

(c) 5

(d) 0

6. பின்வருவனவற்றில் எது தவறு?

(அ) $3 \equiv 24(\text{mod } 7)$

(ஆ) $-3 \equiv 11(\text{mod } 7)$

(இ) $-15 \equiv -64(\text{mod } 7)$

(ஈ) $25 \equiv 12(\text{mod } 7)$

Which one of the following is not correct?

(a) $3 \equiv 24(\text{mod } 7)$

(b) $-3 \equiv 11(\text{mod } 7)$

(c) $-15 \equiv -64(\text{mod } 7)$

(d) $25 \equiv 12(\text{mod } 7)$



7. p ஒரு பகா எண் எனில், $\sqrt{p}$ ஒரு

- (அ) பகா எண் (ஆ) கூட்டு எண்
(இ) விகிதமுறு எண் (ஈ) விகிதமுறா எண்

If p is a prime then $\sqrt{p}$ is a

- (a) Prime number (b) Composite number
(c) Rational number (d) Irrational number

8. $6! \equiv x \pmod{13}$ எனில் $x =$ _____

- (அ) 6 (ஆ) 5
(இ) 4 (ஈ) 3

$6! \equiv x \pmod{13}$ then $x =$ _____

- (a) 6 (b) 5
(c) 4 (d) 3

9. $a^n \equiv a \pmod{n}$ எனில் n _____ என அழைக்கப்படும்

- (அ) பகா எண்
(ஆ) ஸ்யோடோ (pseudo) பகா எண்
(இ) கூட்ட எண்
(ஈ) இரட்டைப் பகா எண்

If $a^n \equiv a \pmod{n}$ then n is called a _____

- (a) Prime number
(b) Pseudo prime number
(c) Composite number
(d) Twin prime number

10. $\binom{p}{k} \equiv$ _____ $\pmod{p}$

- (அ) 1 (ஆ) p
(இ) 0 (ஈ) -1

$\binom{p}{k} \equiv$ _____ $\pmod{p}$

- (a) 1 (b) p
(c) 0 (d) -1

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ என நிரூபி.

Prove that $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Or



(ஆ) ஈருறுப்புத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $3^{2n+1} + 2^{n+2}$, 7-ன் பெருக்குத் தொகை என நிரூபி.

Using binomial theorem prove that $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ is a multiple of 7.

12. (அ) யூக்ளிடின்துணைத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the Euclid's lemma.

Or

(ஆ) தீர் $8x + 7y = 89$.

Solve $8x + 7y = 89$.

13. (அ) யூக்ளிடின்தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the Euclid's theorem.

Or

(ஆ) $\sqrt{p}$, p பகா எண் எனில், விகித முறா எண் எனக் காட்டு.

If p is a prime then show that $\sqrt{p}$ is irrational.

14. (அ) $ac \equiv bc \pmod{m}$, $d = \gcd(c, m)$ எனில்

$a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$ என நிரூபி.

If $ac \equiv bc \pmod{m}$, $d = \gcd(c, m)$, prove that

$a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$.

Or

(ஆ) $S = 1! + 2! + 3! + \dots + 10,000!$ ஐ 4-ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

Find the remainder when $S = 1! + 2! + 3! + \dots + 10,000!$ is divided by 4.

15. (அ) ஃபெர்மாட்டின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Fermat's theorem.

Or

(ஆ) p என்பது ஒற்றைப்படை பகா எண் எனில்

$1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (p-2)^2 \equiv (-1)^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$ என நிரூபி.

For any odd prime p , prove that

$1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (p-2)^2 \equiv (-1)^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p}$.



PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (i) ஆர்க்சிமீடியன் பண்பை கூறி நிரூபி.
(ii) $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ என நிரூபி.
(i) State and prove Archimedian property.
(ii) Prove that $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$.

Or

(ஆ) $n \geq 4$ எனில் $n! \geq n^2$, மேலும் $n \geq 6$ எனில் $n! \geq n^3$ என நிரூபி.

Prove that $n! \geq n^2$ for any integer $n \geq 4$ and $n! \geq n^3$ for all integer $n \geq 6$.

17. (அ) வகுத்தல் படிமுறையை எழுதி நிரூபி.
State and prove Division Algorithm.

Or

(ஆ) யூக்ளியன் படிமுறையை எழுதி நிரூபி.

State and prove Euclidean Algorithm.

18. (அ) எண்ணியலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.
State and prove the fundamental theorem of arithmetic.

Or

(ஆ) ஏரோட்டோஸ்தீனின் ஜல்லடை முறையை விவரி.

Explain the Sieve of Eratosthenes.

19. (அ) ஒரு எண் 9 மற்றும் 11 ஆல் வகுபட நிபந்தனையை வருவி.

Derive criteria for determining whether an integer is divisible by 9 and 11.

Or

(ஆ) சைனீஸ் வீதித் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove the Chinese Remainder theorem.

20. (அ) வில்ஸனின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

State and prove Wilson's theorem.

Or

