

Reg. No. :

Code No. : 11067

Sub. Code : GMMA 12/
GMMC 12

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2012.

First Semester

Mathematics – Main

(Also common to Maths with Computer Applications)

ALGEBRA

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின்
தீர்வுகள் கூட்டுத் தொடரில் இருந்தால், அதன்
மூலகங்களில் ஒன்று

(அ) 3

(ஆ) 5

(இ) 7

(ஈ) 9

If the roots of the equation $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$ are in arithmetic progression, then one of its roots is

- (a) 3 (b) 5
(c) 7 (d) 9

2. $x^n + p_1x^{n-1} + \dots + p_n = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ தீர்வுகள் எனில் S_i ன் மதிப்பு

- (அ) $(-1)^i p_i$ (ஆ) $-p_i$
(இ) $+p_i$ (ஈ) ஏதுமில்லை

If $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ are the roots of the equation $x^n + p_1x^{n-1} + \dots + p_n = 0$, then S_i is

- (a) $(-1)^i p_i$ (b) $-p_i$
(c) $+p_i$ (d) none

3. α, β, γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்பதன் தீர்வுகள். மேலும் $\alpha = \beta$ எனில் γ ன் மதிப்பு

- (அ) p (ஆ) $-p$
(இ) q (ஈ) $-r$

If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ where $\alpha = \beta$, then the value of γ is

- (a) p (b) $-p$
(c) q (d) $-r$

4. α, β என்பன $x^2 + px + q = 0$ என்பதன் தீர்வுகள் எனில் $\alpha - \beta$ ன் மதிப்பு

- (அ) q (ஆ) $-p$
(இ) $p + q$ (ஈ) $\pm \sqrt{p^2 - 4q}$

If α, β are the roots of $x^2 + px + q = 0$, then the value of $\alpha - \beta$ is

- (a) q (b) $-p$
(c) $p + q$ (d) $\pm \sqrt{p^2 - 4q}$

5. $p_n x^n + p_{n-1} x^{n-1} + \dots + p_1 x + 1 = 0$ என்பது ஓர் தலைகீழ் சமன்பாடு எனில் $p_n =$ _____

- (அ) 0 (ஆ) 2
(இ) ± 1 (ஈ) $\frac{1}{2}$

If $p_n x^n + p_{n-1} x^{n-1} + \dots + p_1 x + 1 = 0$ is a reciprocal equation then $p_n =$ _____

- (a) 0 (b) 2
(c) ± 1 (d) $\frac{1}{2}$

6. $f(x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலகங்கள் $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ எனில் $\frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2}, \dots, \frac{1}{\alpha_n}$ ஐ மூலகங்களாக உடைய சமன்பாடு

- (அ) $f\left(\frac{1}{x^n}\right) = 0$ (ஆ) $x^n f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$
(இ) $f\left(\frac{1}{x^n}\right) = 0$ (ஈ) $f(x^n) = 0$

If $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ are the roots of $f(x) = 0$, then $\frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2}, \dots, \frac{1}{\alpha_n}$ are the roots of

- (a) $f\left(\frac{1}{x^n}\right) = 0$ (b) $x^n f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$
(c) $f\left(\frac{1}{x^n}\right) = 0$ (d) $f(x^n) = 0$

7. $x^3 - 1 = 0$ ஓர் தலைகீழ் சமன்பாடுதானா?

(அ) ஆம் (ஆ) இல்லை

Is $x^3 - 1 = 0$ a reciprocal equation?

(a) yes (b) no

8. $(x-2)^2 = 0$ ன் மூலகங்களின் மதிப்பில் 2 ஐக் கூட்டினால் கிடைக்கும் சமன்பாடு

- (அ) $x = 0$ (ஆ) $x^2 = 0$
(இ) $(x-4)^2 = 0$ (ஈ) $(x+4)^2 = 0$

If the roots of the equation $(x-2)^2 = 0$ in increased by 2, the equation obtained is

- (a) $x = 0$ (b) $x^2 = 0$
(c) $(x-4)^2 = 0$ (d) $(x+4)^2 = 0$

9. $x^3 + px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் $4p^3 + 27q^2 = 0$ எனில் அதன் தீர்வுகளில்

- (அ) இரண்டு தீர்வுகள் மெய்
(ஆ) இரண்டு தீர்வுகள் கற்பனை
(இ) அனைத்தும் கற்பனை
(ஈ) இரண்டு தீர்வுகள் சமம்

If $x^3 + px + q = 0$ where $4p^3 + 27q^2 = 0$, among the roots

- (a) two roots are real
- (b) two roots are imaginary
- (c) all the roots are imaginary
- (d) two roots are equal

10. $x^3 + 3Hx + G = 0$, $G^2 + 4H^3 < 0$ எனில் அதன் மூன்று தீர்வுகளும்

- (அ) மெய் (ஆ) கற்பனை
- (இ) ஏதுமில்லை

If $x^3 + 3Hx + G = 0$ where $G^2 + 4H^3 < 0$, then all the three roots are

- (a) real (b) imaginary
- (c) none

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $1 - \sqrt{5}$ -ஐ ஓர் தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 8 = 0$ if one of whose roots in $1 - \sqrt{5}$.

Or

Page 6 Code No. : 11067

(ஆ) α, β, γ என்பன $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில் $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\alpha$ ஐத் தீர்வுகளாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைத் தருவி.

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, form the equation whose roots are $\alpha\beta, \beta\gamma$ and $\gamma\alpha$.

12. (அ) α, β, γ என்பன $x^3 + px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில்

$\frac{\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5}{5} = \frac{\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3}{3} \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2}$ என நிறுவுக.

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + px + q = 0$, prove that

$$\frac{\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5}{5} = \frac{\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3}{3} \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2}$$

Or

(ஆ) $x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{16}x + \frac{1}{72} = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் விகித குணகங்களை நீக்குக.

Remove the fractional coefficients form the equation $x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{16}x + \frac{1}{72} = 0$.

Page 7

Code No. : 11067

13. (அ) $x^n + p_1x^{n-1} + p_2x^{n-2} + \dots + p_{n-1}x + p_n = 0$ ஓர் தலைகீழ் சமன்பாடு எனில் $p_n = \pm 1$ என நிருவுக.

If $x^n + p_1x^{n-1} + p_2x^{n-2} + \dots + p_{n-1}x + p_n = 0$ is a reciprocal equation, prove that $p_n = \pm 1$.

Or

- (ஆ) $2x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{8}x - \frac{3}{16} = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் விகித குணகங்களை நீக்குக.

Remove the fractional coefficients from the equation $2x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{8}x - \frac{3}{16} = 0$.

14. (அ) $x^3 + 18x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மெய் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

Find the number of real roots of the equation $x^3 + 18x - 6 = 0$.

Or

- (ஆ) $x^3 - 18x + 25 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் அனைத்து தீர்வுகளும் மெய் என நிருபி.

Prove that the roots of the equations $x^3 - 18x + 25 = 0$ are real.

15. (அ) முழுஎண் தீர்வுகளைக் கொண்டு $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$ on considering the integral roots.

Or

- (ஆ) விகிதமுறு தீர்வை கண்டு அதன் மூலம் $2x^3 - x^2 - x - 3 = 0$ ஐத் தீர்.

Solve $2x^3 - x^2 - x - 3 = 0$ on finding the rational root.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) தீர்வுகள் பெருக்குத் தொடராக உள்ள $27x^3 + 42x^2 - 28x - 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation $27x^3 + 42x^2 - 28x - 8 = 0$ whose roots are in Geometric progression.

Or

- (ஆ) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டு தீர்வுகள் எண்ணளவில் சமமாகவும், குறியில் மாறுபட்டுமிருந்தால், சமன்பாட்டைத் தீர்.

Solve the equation $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$ given that two of its roots are equal in magnitude but opposite in sign.

17. (அ) $x^7 + 5x^4 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் பதினொன்றாம் படிக்களின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம் எனக் காட்டு.

Show that the sum of the eleventh powers of the roots of $x^7 + 5x^4 + 1 = 0$ is zero.

Or

- (ஆ) α, β, γ என்பன $x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$ என்பதன் தீர்வுகள் எனில் $\frac{1}{\alpha^5} + \frac{1}{\beta^5} + \frac{1}{\gamma^5}$ ன் மதிப்பைக் காண்.

If α, β, γ are the roots of $x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$, find $\frac{1}{\alpha^5} + \frac{1}{\beta^5} + \frac{1}{\gamma^5}$.

18. (அ) $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$ என்ற தீர்வுகளின் மதிப்பில் 7 ஐ உயர்த்து.

Increase the roots of the equation $3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$ by 7.

Or

- (ஆ) $x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$ என்பதை இரண்டாவது உறுப்பை நீக்கி அதன் மூலம் தீர்.

Solve $x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$ by removing its second term.

19. (அ) $4x^3 - 12x^2 - 15x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் பன்முறைத் தீர்வை கண்டுபிடி.

Find the multiple roots of the equation $4x^3 - 12x^2 - 15x - 4 = 0$.

Or

- (ஆ) $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளில் இரண்டும் சமம் எனில் சமமான தீர்வுகளைக் காண்க.

If two roots of the equation $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ are equal, find the equal roots.

20. (அ) $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஓர் தீர்வு 1க்கும் 2 க்கும் இடையில் உள்ளது எனில் அதனை மூன்று தசமஸ்தான திருத்தமாகக் காண்.

The equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ has a root between 1 and 2. Calculate it to three places of decimals.

Or

- (ஆ) கார்டன் முறை மூலம் $x^3 - 6x - 9 = 0$ ஐத் தீர்.

Solve $x^3 - 6x - 9 = 0$ by Cardon's method.