Reg. No. : ....

Code No. : 21109 **Sub. Code : JAMA 11**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2016.

First Semester

Mathematics – Allied

ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $f(x)=0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு $\sqrt{2}+1$ ஒரு மூலம் எனில் அதன் மற்றுமொரு மூலம்

(அ) $\sqrt{2}-1$ (ஆ) $-\sqrt{2}+1$

(இ) $-\sqrt{2}-1$ (ஈ) 0

If $\sqrt{2}+1$ is a root of an equation $f(x)=0$, then its another root is

(a) $\sqrt{2}-1$ (b) $-\sqrt{2}+1$

(c) $-\sqrt{2}-1$ (d) 0

2. $x^3 + ax - b = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\Sigma\alpha^3 =$ ______

(அ) a (ஆ) $3b$

(இ) $-b$ (ஈ) 0

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + ax - b = 0$, then $\Sigma\alpha^3 =$ ______

(a) a (b) $3b$

(c) $-b$ (d) 0

3. $x^3 + 3x^2 + x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் α, β, γ எனில் $x^3 + 6x^2 + 4x - 32 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் ______

(அ) α, β, γ (ஆ) $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$

(இ) $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ (ஈ) $2\alpha, 4\beta, 8\gamma$

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + 3x^2 + x - 4 = 0$, then the roots of $x^3 + 6x^2 + 4x - 32 = 0$ are

(a) α, β, γ (b) $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$

(c) $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ (d) $2\alpha, 4\beta, 8\gamma$

4. நியூட்டன் முறையில் தோராய தீர்வு காண பயன்படும் சூத்திரம்

(அ) $\alpha_1 = \alpha - \dfrac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$ (ஆ) $\alpha_1 = \alpha + \dfrac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$

(இ) $\alpha_1 = \alpha - \dfrac{f'(\alpha)}{f(\alpha)}$ (ஈ) $\alpha_1 = \alpha + \dfrac{f'(\alpha)}{f(\alpha)}$

The formula used in Netwon's method to find an approximate solution is

(a) $\alpha_1 = \alpha - \dfrac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$ (b) $\alpha_1 = \alpha + \dfrac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$

(c) $\alpha_1 = \alpha - \dfrac{f'(\alpha)}{f(\alpha)}$ (d) $\alpha_1 = \alpha + \dfrac{f'(\alpha)}{f(\alpha)}$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு சமன்பாடு

(அ) $x^2 + 2x - 5 = 0$ (ஆ) $x^2 - 2x - 5 = 0$

(இ) $x^2 + 2x + 5 = 0$ (ஈ) $x^2 - 2x + 5 = 0$

The characteristics equation of the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ is

(a) $x^2 + 2x - 5 = 0$ (b) $x^2 - 2x - 5 = 0$

(c) $x^2 + 2x + 5 = 0$ (d) $x^2 - 2x + 5 = 0$

6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் A^3 ன் ஐகன் மதிப்புகள்

(அ) 3, 4, 1 (ஆ) 9, 12, 3

(இ) 27, 64, 1 (ஈ) 9,16, 1

If $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, then the eigen values of A^3 are

(a) 3, 4, 1 (b) 9, 12, 3

(c) 27, 64, 1 (d) 9,16, 1

7. $z = (x+a)(y+b)$ லிருந்து a – ஐயும் b – ஐயும் நீக்கினால் கிடைக்கும் பகுதி வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

(அ) $z = (x+p)(y+q)$ (ஆ) $z = pq$

(இ) $z = p+q$ (ஈ) $p+q=1$

The partial differential equation obtained from $z = (x+a)(y+b)$ by eliminating a and b is

(a) $z = (x+p)(y+q)$ (b) $z = pq$

(c) $z = p+q$ (d) $p+q=1$

8. $Pp + Qq = R$ என்ற சமன்பாட்டின் துணைச் சமன்பாடுகள்

(அ) $P\,dx = Q\,dy = R\,dz$ (ஆ) $P\,dx + Q\,dy = R\,dz$

(இ) $\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$ (ஈ) $\frac{p}{P} = \frac{q}{Q} = \frac{r}{R}$

The auxiliary equation of the equation $Pp + Qq = R$ are

(a) $P\,dx = Q\,dy = R\,dz$ (b) $P\,dx + Q\,dy = R\,dz$

(c) $\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$ (d) $\frac{p}{P} = \frac{q}{Q} = \frac{r}{R}$

9. $L(x\,f(x)) =$

(அ) $\frac{-d}{ds}[F(s)]$ (ஆ) $\frac{d}{ds}[F(s)]$

(இ) $\int_0^s [F(x)]dx$ (ஈ) $-\int_0^s F(x)dx$

$L(x\,f(x)) =$

(a) $\frac{-d}{ds}[F(s)]$ (b) $\frac{d}{ds}[F(s)]$

(c) $\int_0^s [F(x)]dx$ (d) $-\int_0^s F(x)dx$

10. $L^{-1}[F'(s)] =$

(அ) $x L^{-1}[F(s)]$ (ஆ) $-x L^{-1}[F(s)]$

(இ) $L^{-1}\left[\frac{F(s)}{s}\right]$ (ஈ) $L^{-1}[s\,F(s)]$

$L^{-1}[F'(s)] =$

(a) $x L^{-1}[F(s)]$ (b) $-x L^{-1}[F(s)]$

(c) $L^{-1}\left[\frac{F(s)}{s}\right]$ (d) $L^{-1}[s\,F(s)]$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $2x^2 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $2 - 3i$ எனில் அதனைத் தீர்.

If $2-3i$ is a root of the equation $2x^2 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$, solve it.

Or

(ஆ) $x^3 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலமானது மற்றொரு மூலத்தை விட இரு மடங்கு எனில் $343r^2 + 36q^3 = 0$ என நிரூபி.

Show that the equation $x^3 + qx + r = 0$ will have one root twice another if $343r^2 + 36q^3 = 0$.

12. (அ) $4x^5 - 2x^3 + 7x - 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களில் 2– ஐக் கூட்டுக.

Increase the roots of the equation $4x^5 - 2x^3 + 7x - 3 = 0$ by 2.

Or

(ஆ) $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் 1– க்கும் 2–க்கும் இடைப்பட்ட தீர்வை நியூட்டன் முறையில் காண்க.

Find by Newton's method the root of the equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ which lies between 1 and 2.

13. (அ) $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ என்ற அணி $A(A-I)(A+2I) = 0$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் என நிரூபி.

Show that the matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ satisfies the equation $A(A-I)(A+2I) = 0$.

Or

(ஆ) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை மற்றும் பெருக்குத் தொகை காண்க.

Find the sum and product of the eigen values of the matrix $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

14. (அ) தீர் : $y-2px-p^4x^2=0$.

Solve : $y-2px-p^4x^2=0$.

Or

(ஆ) $z=f\left(\frac{y}{x}\right)$ லிருந்து f என்ற சார்பை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாடு காண்க.

Find a partial differential equation by eliminating the arbitrary function f from $z=f\left(\frac{y}{x}\right)$.

15. (அ) $L\left(t^2+\cos 2t+\cot+\sin^2 2t\right)$ காண்.

Find $L\left(t^2+\cos 2t+\cot+\sin^2 2t\right)$.

Or

(ஆ) காண் : $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)$.

Find : $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)$.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $8x^4-90x^3+315x^2-405x+162=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் அமையுமாயின் அதனைத் தீர்.

Solve the equation $8x^4-90x^3+315x^2-405x+162=0$ given that the roots are in geometric progression.

Or

(ஆ) தீர் : $2x^5-15x^4+37x^3-37x^2+15x-2=0$.

Solve : $2x^5-15x^4+37x^3-37x^2+15x-2=0$.

17. (அ) $x^3-x^2+12x+24=0$ என்ற சமன்பாட்டின் குறை மூலத்தை ஹார்னர் முறையில் இரு தசம திருத்தமாக காண்

Find the negative root of $x^3-x^2+12x+24=0$ by Horner's method correct to two places of decimals.

Or

(ஆ) $x^4-3x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் 1– க்கும் 2–க்கும் இடைப்பட்ட மூலத்தை நியூட்டன் முறையில் இரு தசம திருத்தமாகக் காண்.

Find by correct to two places of decimals the root of the equation $x^4-3x+1=0$ that lies between 1 and 2 using Newton's method.

18. (அ) $A=\begin{pmatrix}3 & 3 & 4\\ 2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$ எனில் கெய்லி–ஹேமில்டன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி A^{-1} காண்.

If $A=\begin{pmatrix}3 & 3 & 4\\ 2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$, find A^{-1} using Cayley-Hamilton theorem.

Or

(ஆ) $\begin{pmatrix}2 & -2 & 2\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & -1\end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்கள் காண்.

Find the eigen values and eigen vectors of the matrix $\begin{pmatrix}2 & -2 & 2\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & -1\end{pmatrix}$.

19. (அ) தீர் : $y^2 \log y = xyp + p^2$.

Solve : $y^2 \log y = xyp + p^2$.

Or

(ஆ) தீர் : $x^2(y-z)p + y^2(z-x)q = z^2(x-y)$.

Solve : $x^2(y-z)p + y^2(z-x)q = z^2(x-y)$.

20. (அ) $f(t)=\begin{cases} e^{-t}, & 0<t<4\\ 0, & t\ge 4\end{cases}$ என்ற சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் காண்.

Find the Laplace transform of the function $f(t)=\begin{cases} e^{-t}, & 0<t<4\\ 0, & t\ge 4\end{cases}$.

Or

(ஆ) காண் : $L^{-1}\left[\log\left(\frac{s+a}{s+b}\right)\right]$.

Find : $L^{-1}\left[\log\left(\frac{s+a}{s+b}\right)\right]$.