20. (அ) M-நிறைவுள்ள a-ஆரம் கொண்ட ஒரு மெல்லிய திட உருளை அதனுடைய கிடைமட்ட அச்சைப் பொறுத்து அசைகிறது. அந்த உருளை ஒரு மெல்லிய கம்பியால் சுற்றப்பட்டு அந்தக் கம்பியின் தடையில்லா முனையில் M' நிறையுள்ள துகள் இணைக்கப்பட்டு தங்கு தடையின்றி தொங்குகிறது. M'-ன் முடுக்கம் $\frac{2M'g}{M+2M'}$ எனக் காட்டுக.

A thin solid cylinder of mass M and radius 'a' is movable about its axis which is horizontal. A light string is coiled round the cylinder and is attached of its free end to a particle of mass M' which hangs freely. Show that the acceleration of M' is $\frac{2M'g}{M+2M'}$.

Or

(ஆ) 'M'– நிறையும், $2a$– நீளமும் கொண்ட ஒரு முனையை ஆதாரமாகக் கொண்டு சுழலும் ஒரு நேரான கம்பி, அதன் செங்குத்தான நிலையில் இருந்து இறங்குகிறது. அதன் மீப்பெரு கோண திசை வேகத்தைக் காண்க.

A straight rod of mass 'M' and length '$2a$' pivoted at one end falls from its upright position. Find its greatest angular velocity.

Reg. No. : ....

Code No. : 10108 **Sub. Code : R 3 MA 63/ R 3 MC 63/ B 3 MA 63/ B 3 MC 63**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2013.

Sixth Semester

Mathematics — Main

Paper XIV — DYNAMICS

(Also Common to B.Sc. Maths with Computer Applications)

(For those who joined in July 2008 to 2011)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. ஒரு எறியத்தின் கிடை வீச்சு என்பது

(அ) $\frac{u^2}{g}$ (ஆ) $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

(இ) $\frac{u \cos\alpha}{g}$ (ஈ) $\frac{u \sin g\alpha \cos\alpha}{g}$

The horizontal range of a projectile is

(a) $\frac{u^2}{g}$ (b) $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$

(c) $\frac{u \cos\alpha}{g}$ (d) $\frac{u \sin g\alpha \cos\alpha}{g}$

2. ஒரு எறி பொருள் 30° சாய்வாக 20 மீ/வி என்ற திசை வேகத்தில் எறியப்படும்போது, அது சென்றடையும் மீப்பெரு உயரம்

(அ) 5.1 m (ஆ) 5.5 m

(இ) 5.0 m (ஈ) 5.3 m

A projectile is thrown with a velocity of 20 m/sec at an elevation of 30°. The greatest height attained by the projectile is

(a) 5.1 m (b) 5.5 m

(c) 5.0 m (d) 5.3 m

3. தாக்களவையின் வாய்ப்பாடு

(அ) $\int_a^b \bar{f} dt$ (ஆ) $\int_a^b \bar{f} dv$

(இ) $\int_0^T \bar{f} dt$ (ஈ) $\int_0^a \bar{f} dt$

The formula for impulse is

(a) $\int_a^b \bar{f} dt$ (b) $\int_a^b \bar{f} dv$

(c) $\int_0^T \bar{f} dt$ (d) $\int_0^a \bar{f} dt$

4. m_1, m_2 நிறை கொண்ட இரு வழவழப்பான கோளங்கள் முறையே u, $2u$ திசைவேகத்துடன் நேரடியாக மோதிக் கொள்கிற போது நடைபெறும் இயக்க ஆற்றலின் இழப்பு

(அ) $\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (u+2u)^2 (1-e^2)}{m_1+m_2}$

(ஆ) $\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (u-2u)^2 (1-e^2)}{m_1+m_2}$

(இ) $\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (u-2u)^2 (e^2-1)}{m_1+m_2}$

(ஈ) $\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (u+2u)^2 (e^2-1)}{m_1+m_2}$

The loss in kinetic energy due to the direct impact of two smooth spheres of masses m_1 and m_2, moving with velocities u and $2u$ is

(a) $\frac{1}{2}\frac{m_1m_2(u+2u)^2(1-e^2)}{m_1+m_2}$

(b) $\frac{1}{2}\frac{m_1m_2(u-2u)^2(1-e^2)}{m_1+m_2}$

(c) $\frac{1}{2}\frac{m_1m_2(u-2u)^2(e^2-1)}{m_1+m_2}$

(d) $\frac{1}{2}\frac{m_1m_2(u+2u)^2(e^2-1)}{m_1+m_2}$

5. ஒரு வினாடி ஊசலின் இயக்க காலம்

(அ) ஒரு வினாடி (ஆ) இரண்டு வினாடிகள்

(இ) மூன்று வினாடிகள் (ஈ) எதுவுமில்லை

The period of oscillation of the seconds pendulum is

(a) one second (b) two seconds

(c) three seconds (d) none

6. ஒரு தனித் திசை இயக்கத்தின் வீச்சு 'a' ஆகவும், மீப்பெரு உயரம் 'u' ஆகவும் இருந்தால் அலைவின் மையத்திலிருந்து கொடுக்கப்பட்ட தூரம் வரை உள்ள அலைவின் கால அளவு

(அ) $\frac{2\pi a^2}{u}$ வினாடிகள் (ஆ) $\frac{2\pi u}{a}$ வினாடிகள்

(இ) $\frac{2\pi a}{u}$ வினாடிகள் (ஈ) $\frac{\pi a}{2u}$ வினாடிகள்.

If the amplitude of a S.H.M. is 'a' and the greatest speed is u, the period of an oscillation at a given distance from the centre of oscillation is

(a) $\frac{2\pi a^2}{u}$ seconds (b) $\frac{2\pi u}{a}$ seconds

(c) $\frac{2\pi a}{u}$ seconds (d) $\frac{\pi a}{2u}$ seconds.

7. ஒரு வட்டப்பாதையில் செல்லும் ஒரு துகளின் தொடுகோட்டு முடுக்கம் என்பது

(அ) $r\dot{\theta}$ (ஆ) $r\theta$

(இ) $r\ddot{\theta}$ (ஈ) $\dot{r}\theta$

The tangential acceleration of a particle moving in a circular orbit is

(a) $r\dot{\theta}$ (b) $r\theta$

(c) $r\ddot{\theta}$ (d) $\dot{r}\theta$

8. ஆரத்திசை அளவுருக்கு செங்குத்தான திசைவேத்தின் குறுக்கும்கோடு முடுக்கத்தின் அளவு

(அ) $\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right)$ (ஆ) $\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r\dot{\theta}\right)$

(இ) $\frac{d}{dt}\left(r\dot{\theta}\right)$ (ஈ) $\frac{1}{r^2}\frac{d}{dt}\left(r\dot{\theta}\right)$

The magnitude of the transverse component of acceleration is

(a) $\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right)$ (b) $\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r\dot{\theta}\right)$

(c) $\frac{d}{dt}\left(r\dot{\theta}\right)$ (d) $\frac{1}{r^2}\frac{d}{dt}\left(r\dot{\theta}\right)$

9. நிலையான அச்சைப் பொறுத்துச் சுழலும் ஒரு பொருளின் (இயங்கு) அடிப்படைச் சமன்பாடு

(அ) $I\ddot{\theta} = L$ (ஆ) $I\dot{\theta} = L$

(இ) $\ddot{\theta} = L$ (ஈ) $\dot{\theta} = L$

The fundamental equation of motion of a body rotating about a fixed axis is

(a) $I\ddot{\theta} = L$ (b) $I\dot{\theta} = L$

(c) $\ddot{\theta} = L$ (d) $\dot{\theta} = L$

10. விட்டத்தைப் பொறுத்து, வட்ட வளையத்தின் சடத்துவ திருப்புத்திறன் என்பது

(அ) Ma^2 (ஆ) $\frac{Ma^2}{2}$

(இ) $\frac{Ma3}{3}$ (ஈ) $\frac{Ma3}{2}$

Moment of inertia of a circular ring about diameter is

(a) Ma^2 (b) $\frac{Ma^2}{2}$

(c) $\frac{Ma3}{3}$ (d) $\frac{Ma3}{2}$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) கிடைமட்டத்திலிருந்து ஒரு பொருள் α என்ற கோணத்தில், u-என்ற தொடக்க திசைவேகத்துடன் எறியப்படும் பொழுது, அது அடையும் மீப்பெரு உயரம் $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ எனக் காட்டுக.

Show that the greatest height attained by a projectile thrown with an initial velocity u at an angle α to the horizontal is $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Or

(ஆ) ஒரு எறிபொருளின் வேகங்கள் குவி நாணின் ஓரத்தில் V_1 , V_2 என்றும், முனையில் u என்றும் இருப்பின், $V_1^{-2} + V_2^{-2} = u^{-2}$ என நிரூபி.

If V_1 and V_2 be the velocities of a projectile at the ends of a focal chord and u is the velocity at the vertex, prove that $V_1^{-2} + V_2^{-2} = u^{-2}$

12. (அ) இரு முழுமையான மீட்சியுடைய சமமான கோளங்கள் நேரடியாக மோதிக் கொள்ளும் போது, அவைகளின் மையங்களைச் சேர்க்கும் கோட்டின் திசையில், தங்கள் திசைவேகங்களை மாற்றிக் கொள்கின்றன என நிரூபி.

If two equal perfectly elastic spheres impinge directly, show that they interchange their velocities in the direction of line of centres.

Or

(ஆ) m_1, m_2 நிறைகளும், u_1, u_2 திசைவேகத்திலும் செல்லும் இரு வழவழப்பான கோளங்கள் சாய்வாக மோதுகின்றன, மோதலுக்கு முன், α_1, α_2 என்ற கோணங்கை கோளங்களின் மையங்களை இணைக்கும் கோட்டுடன் ஏற்படுத்தியும், 'e' என்ற மீள் தலக்கெழுவைக் கொண்டதாகவும் இருந்தால், மோதலுக்கப்பின், அவைகளின் திசை வேகங்களையும், நகர்வின் திசைகளையும் காண்க.

Two smooth spheres of masses m_1, m_2 moving with velocities u_1, u_2 impinges obliquely. If 'e' is the coefficient of restitution, α_1, α_2 are the directions of motion before impact, find their velocities and directions of motions after impact.

13. (அ) தனி இசை இயக்கத்தை வரையறு. 't' என்னும் நேரத்தில் நகரும் ஒரு துகளின் இடப்பெயர்ச்சி $x = a\cos wt + b\sin wt$, a, b, w மாறிலிகள் எனில், அந்த இயக்கம், ஒரு தனிஇசை இயக்கம் எனக் காட்டுக.

Define S.H.M. if the displacement of a moving particle in time 't' is given by $x = a\cos wt + b\sin wt$ where a, b, w are constants. Show that the motion is a simple harmonic motion.

Or

(ஆ) ஒரு தனி இசை இயக்கத்தில் நகரும் ஒரு பொருளின் வீச்சு 'a' ஆகவும் காலம் கூ ஆகவும் இருக்கிறது. சராசரி நிலையிரிருந்து x தூரத்தில், அதன் திசைவேகம் v–ன் மதிப்பு $v^2T^2 = 4\pi^2(a^2 - x^2)$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது என்று காட்டுக.

A body moving with S.H.M. has an amplitude 'a' and period T. Show that the velocity v at a distance x form the mean position is given by $v^2T^2 = 4\pi^2(a^2 - x^2)$.

14. (அ) $\frac{1}{p^2} = u^2 + \left(\frac{du}{d\theta}\right)^2$ என்ற சமன்பாட்டை நிரூபி.

Derive the equation $\frac{1}{p^2} = u^2 + \left(\frac{du}{d\theta}\right)^2$.

Or

(ஆ) O–வைத் துருவமாகக் கொண்ட $r = a e^{\theta \cot \alpha}$ என்ற சமகோண சுருளை ஒரு துகள் வரைகிறது. O –வில் இருந்து, r –என்ற தூரத்தில் அதன் ஆரத்திசைவேகம் $\frac{k}{r}$ ஆக இருந்தால் O–வை நோக்கி அத்துகளின் முடுக்கம் $\frac{k^2 \sec^2 \alpha}{r^3}$ என நிரூபி.

A particle describes the equiangular spiral $r = a e^{\theta \cot \alpha}$ whose pole is O. If its radial velocity at distance r from O is $\frac{k}{r}$, prove that the acceleration of the particle is $\frac{k^2 \sec^2 \alpha}{r^3}$ towards O.

15. (அ) ஒரு நிலையான அச்சைப் பொறுத்துச் சுழலும் அடிப்படை இயங்கு சமன்பாட்டை தருவி.

Derive the fundamental equation of motion of the body roating about a fixed axis.

Or

(ஆ) வழுவாமல், ஒரு கடின சாய்தளத்தின் மீது கீழ்நோக்கி உருளும் ஒரு திண்ம வட்ட உருளையின் முடுக்கத்தை காண்க.

Find the acceleration of a solid circular cylinder rolling down a rough inclined plane without sliding.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) β கோண அளவு சாய்வு கொண்ட ஒரு சாய்வுத் தளத்தின் மீது u என்ற திசைவேகத்தில் எறியப்பட்ட ஒரு துகள் செங்குத்தாக மோதுகிறது. α, T, R என்பவை முறையே எறிகோணம், எறிபாதை கடக்கும் நேரம், சாய் தளத்தின் மீதுள்ள வீச்சு எனில்,

$$T = \frac{2u}{g\sqrt{1+3\sin^2\beta}}, \qquad R = \frac{2u^2 \sin\beta}{g(1+3\sin^2\beta)}$$

எனக்காட்டுக.

A particle is projected with a speed u strikes at right angles to a plane through the point of projection inclined at an angle β to the horizon. If α, T, R are the angle of projection, time of flight and the range of the inclined plane respectively, show that

$$T = \frac{2u}{g\sqrt{1+3\sin^2\beta}}, \ R = \frac{2u^2 \sin\beta}{g(1+3\sin^2\beta)},$$

Or

(ஆ) ஒரு துகள் u செ/வி திசைவேகத்தில் செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. 't' வினாடிகளுக்குப்பின் மற்றொரு துகள் அதே புள்ளியிலிருந்து அதே திசைவேகத்துடன் மேல்

நோக்கி எறியப்படுகிறது. $\left(\frac{t}{2}+\frac{u}{g}\right)$ வினாடிகளுக்குப் பிறகு அந்த இரண்டு துகள்களும் $\frac{4u^2-g^2t^2}{8g}cm$ என்ற உயரத்தில் சந்திக்கும் என நிரூபி. மேலும் சந்திப்பின் பேது அத்துகள்களின் திசைவேகங்கள் $\frac{gt}{2}$ –ஆக இருக்கும் எனக் காண்க.

A particle is projected vertically upwards with a velocity u cm/sec and after 't' second another particle is projected upwards from the same point with the same velocity. Prove that the particles will meet at a height $\frac{4u^2-g^2t^2}{8g}cm$ after a time $\left(\frac{t}{2}+\frac{u}{g}\right)$ secs. Also show that their velocities when meeting will be each $\frac{gt}{2}$.

7. (அ) ஒரே அளவு நிறை உடைய இரண்டு கோளங்கள் ஒரே நேர் கோட்டில் u,v என்ற திசைவேகங்களுடன் நகர்ந்து ஒன்றையொன்று மோதிய பின், எதிர்திசை நோக்கி துள்ளுகிறது. நிலை மீள் தலின் கெழு $\frac{1}{2}$. $(1-\sqrt{2})u=(1+\sqrt{2})v$ என்றிருந்தால், மோதலின் போது சரிபாதி ஆற்றலை இழந்திருக்கும் என நிரூபி.

Two equal spheres of equal masses moving in the same straight line with velocities u,v collide and rebound, the coefficient of restitution being $\frac{1}{2}$. Prove that exactly half the energy is lost in collision if $(1-\sqrt{2})u=(1+\sqrt{2})v$.

Or

(ஆ) தரைமட்டத்திலிருந்து கிடைமட்டத்திற்கு α என்ற கோணத்தில் எறியப்படும் ஒரு பந்து ஒரு வழவழப்பான செங்குத்துச் சுவரில் மோதிய பின், எறியும் புள்ளிக்குத் திரும்புகிறது. எறியத்தின் புள்ளியையும், மோதல் புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு கிடைமட்டத்துடன் 'θ' என்ற கோணத்தை உருவாக்கினால், $(1+e)\tan\theta=\tan\alpha$ என நிரூபி. (e– நிலை மீள்தலின் கெழு).

A ball is projected from the ground at an angle α to the horizontal and after hitting a smooth vertical wall returns to the point of projection. If the line joining the point of projection to the point of impact makes an angle 'θ' with the horizontal, prove that $(1+e)\tan\theta=\tan\alpha$, where '$e$' is the coefficient of restitution.