

Reg. No. :

Code No. : 21157

Sub. Code : JMMA 21/
JMMC 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2017.

Second Semester

Mathematics — Main

Paper III — ANALYTICAL GEOMETRY

(Also common to Maths with CA)

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $(2, 40^\circ)$ க்கும் $(4, 100^\circ)$ க்கும் இடையே உள்ள தூரம்

(அ) $2\sqrt{3}$

(ஆ) $2\sqrt{7}$

(இ) 12

(ஈ) 28

The distance between the points whose co-ordinates are $(2, 40^\circ)$ and $(4, 100^\circ)$ is

(a) $2\sqrt{3}$

(b) $2\sqrt{7}$

(c) 12

(d) 28

Find the condition for the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ to represent a right circular cone. Obtain the equation of the axis and the semi vertical angle of the cone.

Or

(ஆ) $(a, 0, 0), (0, a, 0), (0, 0, a)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் வட்டம் உதவி வளைகோடாக கொண்ட செவ்வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the equation of the right circular cylinder described on the circle through the points $(a, 0, 0), (0, a, 0), (0, 0, a)$ as a guiding curve.



2. ஒரு நேர்கோடு தொடக்கக்கோட்டுடன் α என்ற கோணத்தையும், அதன் சுழிவழியாகவும் சென்றால் அதன் சமன்பாடு

(அ) $r \sin(\theta - \alpha) = k$

(ஆ) $r \cos(\theta + \alpha) = k$

(இ) $\theta = \alpha$

(ஈ) $r \cos \theta \cos \alpha + r \sin \theta \sin \alpha = p$

The straight line through the pole making α with the initial line is

(a) $r \sin(\theta - \alpha) = k$

(b) $r \cos(\theta + \alpha) = k$

(c) $\theta = \alpha$

(d) $r \cos \theta \cos \alpha + r \sin \theta \sin \alpha = p$

3. $r = 2a \cos \theta$ என்ற வட்டத்தில் (r, α) என்ற புள்ளி வழியாக செல்லும் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

(அ) $2a \cos^2 \theta = r \cos(\theta - 2\alpha)$

(ஆ) $2a \cos^2 \alpha = r \cos(\theta - 2\alpha)$

(இ) $a \cos^2 \alpha = 2r \cos(\theta - \alpha)$

(ஈ) $2a \cos^2 \alpha = r \cos(\theta - \alpha)$

The equation of the tangent at (r, α) to the circle $r = 2a \cos \theta$ is

(a) $2a \cos^2 \theta = r \cos(\theta - 2\alpha)$

(b) $2a \cos^2 \alpha = r \cos(\theta - 2\alpha)$

(c) $a \cos^2 \alpha = 2r \cos(\theta - \alpha)$

(d) $2a \cos^2 \alpha = r \cos(\theta - \alpha)$

4. $l/r = 1 + \sqrt{2} \cos \theta$ என்ற சமன்பாடு ஒரு

(அ) நீள்வட்டம்

(ஆ) பரவளையம்

(இ) அதி பரவளையம்

(ஈ) செவ்வக அதிபரவளையம்

The equation $l/r = 1 + \sqrt{2} \cos \theta$ represents

(a) ellipse

(b) parabola

(c) hyperbola

(d) rectangular hyperbola



5. $2x + 3y - z = 0$ என்ற தளத்திற்கு இணையானதும் $(3, 4, 5)$ என்ற புள்ளி வழியே செல்லக் கூடியதுமான தளத்தின் சமன்பாடு

(அ) $3x + 2y - z = 0$ (ஆ) $3x - 2y - z = 2$

(இ) $2x + 3y - z = 13$ (ஈ) $2x + 3y - z = 0$

The equation to the plane through $(3, 4, 5)$ and parallel to the plane $2x + 3y - z = 0$ is

(a) $3x + 2y - z = 0$ (b) $3x - 2y - z = 2$

(c) $2x + 3y - z = 13$ (d) $2x + 3y - z = 0$

6. $3x + 4y - 5z + 6 = 0$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $(2, -1, 4)$ என்ற புள்ளியின் வழியாகவும் செல்லும் ஒரு நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

(அ) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+4}{-5}$

(ஆ) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-5}$

(இ) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+4}{-5}$

(ஈ) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{-5}$

The equation of the straight line passing through the point $(2, -1, 4)$ and perpendicular to the plane $3x + 4y - 5z + 6 = 0$ is

(a) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+4}{-5}$

(b) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-5}$

(c) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+4}{-5}$

(d) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{-5}$

7. இரு கோளங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டும்போது கிடைப்பது

(அ) ஒரு கோளம் (ஆ) ஒரு தளம்

(இ) ஒரு நேர்க்கோடு (ஈ) ஒரு வட்டம்

The intersection of two spheres is

(a) a sphere (b) a plane

(c) a straight line (d) a circle

8. $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$ என்ற கோளத்தில் $(1, 0, 0)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுதளத்தின் சமன்பாடு

(அ) $x - y - z = 1$ (ஆ) $2x = 1$

(இ) $x = 1$ (ஈ) $x + y + z = 1$



The equation of the tangent plane at $(1, 0, 0)$ to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$ is

- (a) $x - y - z = 1$ (b) $2x = 1$
(c) $x = 1$ (d) $x + y + z = 1$

9. ஒரு கூம்பை அதன் அச்சிற்கு செங்குத்தாக உள்ள ஏதேனும் தளம் வெட்டும் போது கிடைக்கும் பகுதி

- (அ) ஒரு வட்டம் (ஆ) ஒரு கூம்பு
(இ) ஒரு கோளம் (ஈ) ஒரு தளம்

The section of a cone by any plane perpendicular to its axis is

- (a) a circle (b) a cone
(c) a sphere (d) a plane

10. ஒரு உருளையின் அச்சம் அதன் பிறப்பாக்கியும் _____ ஆக இருக்கும்.

- (அ) இணையானது (ஆ) செங்குத்து
(இ) சமம் (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

The axis of a cylinder is _____ to the generator of the cylinder.

- (a) parallel (b) perpendicular
(c) equal (d) none

PART B — $(5 \times 5 = 25 \text{ marks})$

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ஒரு முக்கோணத்தின் கோணமுனைகள் (r_1, θ_1) , (r_2, θ_2) , (r_3, θ_3) என்றால் அதன் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

Find the area of a triangle whose vertices are (r_1, θ_1) , (r_2, θ_2) and (r_3, θ_3) .

Or

- (ஆ) மூலப்புள்ளியிலிருந்து $8/r = \sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta$ என்ற நேர்கோட்டிற்கான செங்குத்து தூரத்தை கண்டுபிடி.

Find the length of the perpendicular from the origin to the line $8/r = \sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta$.

12. (அ) $r = 2a \cos \theta$ என்ற வட்டத்தின் மேல் உள்ள (r_1, θ_1) , (r_2, θ_2) என்ற புள்ளிகளை சேர்க்கும் நாணின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the equation of the chord joining the points (r_1, θ_1) and (r_2, θ_2) on the circle $r = 2a \cos \theta$.

Or



(ஆ) $l/r = 1 + e \cos \theta$ என்ற கூம்பு வளைவில் α புள்ளி வழியாக செல்லும் செங்குத்துக் கோட்டின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the equation of the normal at α on the conic $l/r = 1 + e \cos \theta$.

13. (அ) $(-1, 3, 2)$ எனும் புள்ளி வழியே செல்லும் $x + 2y + 2z = 5$, $3x + 3y + 2z = 8$ எனும் தளங்களுக்கு செங்குத்தாகவும் உள்ள தளத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடி.

Find the equation of the plane through $(-1, 3, 2)$ and perpendicular to the planes $x + 2y + 2z = 5$, $3x + 3y + 2z = 8$.

Or

- (ஆ) $2x - 3y + 2z + 3 = 0$ என்ற தளத்தில் $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளியின் பிம்பத்தை கண்டுபிடி.

Find the image of the point $(1, -2, 3)$ in the plane $2x - 3y + 2z + 3 = 0$.

14. (அ) $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 10y + 22z = 245$,
 $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 14y - 18z + 141 = 0$
 என்ற கோளங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் எனக் காட்டுக. மேலும் தொடும் புள்ளியையும் கண்டுபிடி.

Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 10y + 22z = 245$, $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 14y - 18z + 141 = 0$ touch each other. Find the point of contact.

Or

- (ஆ) $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ என்ற கோளத்தில் உள்ள (x_1, y_1, z_1) என்ற புள்ளியில் அமைந்த தொடுதளத்தின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the equation of the tangent plane at (x_1, y_1, z_1) to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$.

15. (அ) $\frac{x}{32} = \frac{y}{72} = \frac{z}{27}$ என்கிற நேர்கோட்டை அடக்கியுள்ள $9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$ என்கிற கூம்பிற்கான தொடுகோடுகளின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.



Find the equations of the tangent planes to the cone $9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$ which contains the line $\frac{x}{32} = \frac{y}{72} = \frac{z}{27}$.

Or

(ஆ) ஒரு செவ்வட்ட உருளையின் அரைவட்டத்தின் அளவு 3 அலகும், அதன் அச்ச $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$ ஆகவும் இருந்தால் அந்த செவ்வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the equation of a right circular cylinder of radius 3 units with axis $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $r \cos(\theta - \alpha) = p$ என்பதையும், $\frac{k}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ என்றும் நிரூபி.

Show that the equation of a straight line in the form $r \cos(\theta - \alpha) = p$ and $\frac{k}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$.

Or

Page 10 Code No. : 21157

(ஆ) ஒரு கூம்பு வளைவின் துருவ சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the polar equation of a conic.

17. (அ) இரண்டு கூம்பு வளைவுகள் பொது குவிமையத்தை கொண்டிருந்தால் அந்த கூம்பு வளைவுகளின் பொதுவான நாண்கள் அதன் இயக்குவரைகளின் சந்திப்பு புள்ளி வழியாக செல்லும் என்பதை நிரூபி.

If two conics have a common focus, show that two of their common chords pass through the point of intersection of their directrices.

Or

(ஆ) $\frac{2}{r} = 1 + \cos \theta + \sin \theta$ என்ற கூம்பு வளைவை வரைக.

Trace the conic $\frac{2}{r} = 1 + \cos \theta + \sin \theta$.

18. (அ) $al + bm + cn = 0$, $fmn + gnl + hlm = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள திசைக்கொசைன்களை கொண்ட நேர்கோடுகள் செங்குத்தானவையாக இருந்தால் $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$, இணையாக இருந்தால் $\sqrt{af} + \sqrt{bg} + \sqrt{ch} = 0$ எனக் காட்டு.

Page 11 Code No. : 21157



Show that the straight lines whose direction cosines are given by $al + bm + cn = 0$, $fmn + gnl + hlm = 0$ are perpendicular if $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$ and parallel if $\sqrt{af} + \sqrt{bg} + \sqrt{ch} = 0$.

Or

(ஆ) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ என்ற தளம் அச்சுகளில் A, B, C என்ற புள்ளிகளை சந்திக்கிறது. அந்த ABC முக்கோணத்தின் செங்குத்துமையத்தை கண்டுபிடி.

The plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ meets the axes in A, B, C . Find the orthocentre of the triangle ABC .

19. (அ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$, $x + 2y + 3z = 8$ என்ற வட்டத்தின் வழியாக $4x + 3y = 25$ என்ற தளத்தைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் கோளத்தின் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the equation of the sphere which passes through the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$, $x + 2y + 3z = 8$ and touches the plane $4x + 3y = 25$.

Or

Page 12 Code No. : 21157

(ஆ) $\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$, $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ என்ற கோளத்தை தொடுவதற்கான நிபந்தனையை கண்டுபிடி. மேலும் $(0, 0, 0)$, $(2a, 0, 0)$, $(0, 2b, 0)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் இரு கோளங்கள் மேலே கூறப்பட்ட கோட்டை தொட்டால், அந்த இருகோளங்களின் மையப் புள்ளிகளிடையே உள்ள தூரம் $\frac{2}{n^2} [c^2 - (a^2 + b^2 + c^2)n^2]^{1/2}$ என நிறுவுக.

Find the condition that the line $\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$ where

$l^2 + m^2 + n^2 = 1$ should touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$.

Show that there are two spheres through the points $(0, 0, 0)$, $(2a, 0, 0)$, $(0, 2b, 0)$ which touch the above line and that the distance between their centres is $\frac{2}{n^2} [c^2 - (a^2 + b^2 + c^2)n^2]^{1/2}$.

20. (அ) $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$

என்ற சமன்பாடு ஒரு நேர்வட்டக்கூம்பு ஆவதற்கான நிபந்தனையை கண்டுபிடி. மேலும் கூம்பின் ஊடச்சு மற்றும் அரை உச்சிக்கோணம் ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளை கண்டுபிடி.

Page 13 Code No. : 21157

