(ஆ) 'a' ஆரமுள்ள வட்டவடிவில் உள்ள சீரான வயர் அதன் சுற்றில் உள்ள A என்ற புள்ளியைப் பொருத்து இருபுறமும் அசைகின்றது. நகராத நிலையில் அதன் கிடைமட்ட விட்டம் AB எனில் AB செங்குத்தாக இருக்கும் போது வயரின் கோண வேகம் யாது?

A uniform wire in the form of a circle of radius 'a' swings in a vertical plane about a point A in the circumference. It starts from rest with the diameter AB horizontal. Find its angular velocity when AB is vertical.

———————

Reg. No. : ....

Code No. : 30108 **Sub. Code : R 3 MA 63/ R 3 MC 63/B 3 MA 63/ B 3 MC 63**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2014.

Sixth Semester

Mathematics — Main

Paper XIV — DYNAMICS

(For those who joined in July 2008 to 2011)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer:

1. α கோணத்தில் u ஆரம்ப வேகத்தில் எறியப்படும் எறிபொருள் அடையும் மீப்பெரு உயரம் $h =$ ————.

(அ) $\dfrac{u^2 \sin^2 \alpha}{g}$ (ஆ) $\dfrac{v^2 \sin^2 \beta}{g}$

(இ) $\dfrac{v^2 \sin^2 \alpha}{g}$ (ஈ) ஏதுமில்லை

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

Greatest height attained by a projectile, projected with a initial velocity u at an angle α is $h =$ ——————.

(a) $\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{g}$ (b) $\frac{v^2 \sin^2 \beta}{g}$

(c) $\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g}$ (d) None

2. எறியப்படும் புள்ளியிலிருந்து எறிபொருளின் கிடைமட்ட வீச்சு $R =$ ——————.

(அ) $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ (ஆ) $\frac{u^2 \cos 2\alpha}{g}$

(இ) $\frac{2u^2 \sin 2\alpha}{g}$ (ஈ) $\frac{2u^2 \sin 2\alpha}{g^2}$

The horizontal range of a projectile through the point of projection is $R =$ ——————.

(a) $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ (b) $\frac{u^2 \cos 2\alpha}{g}$

(c) $\frac{2u^2 \sin 2\alpha}{g}$ (d) $\frac{2u^2 \sin 2\alpha}{g^2}$

3. h உயரத்திலிருந்து ஒரு பந்து, கடினமான தரையில் படும்படியாக நழுவ விட்டால், தரையில் மோதும் போது அதன் வேகம் —————— ஆகும்.

(அ) $\sqrt{2g^2h}$ (ஆ) $\sqrt{2g}$

(இ) $v^2/2g$ (ஈ) $\sqrt{2gh}$

Suppose a ball is dropped from a height h upon a hard floor. It strikes the floor with a velocity $u =$ —————— and makes a impact.

(a) $\sqrt{2g^2h}$ (b) $\sqrt{2g}$

(c) $v^2/2g$ (d) $\sqrt{2gh}$

4. மோதலுக்குப் பிறகு, ஓர் பொருள் தன்னுடைய முந்தைய வடிவத்தைப் பெற்றால் அது —————— உடையது ஆகும்.

(அ) முழுமையாக மீட்சி அற்றது

(ஆ) முழுமையான மீட்சி உடையது

(இ) மீட்சிசை உடையது

(ஈ) ஏதுமில்லை

When a body completely regains its shape after a collision it is said to be ——————.

(a) Perfectly in elastic (b) Perfectly elastic

(c) Elastic (d) None

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

5. ஓர் SHM ன் ஊசலின் கால அளவு ————.

(அ) $2\pi/T$ (ஆ) $2\pi/\sqrt{\mu}$

(இ) $\sqrt{\mu}/2\pi$ (ஈ) $2\pi\sqrt{\mu}$

The period of an oscillation of a SHM is ————.

(a) $2\pi/T$ (b) $2\pi/\sqrt{\mu}$

(c) $\sqrt{\mu}/2\pi$ (d) $2\pi\sqrt{\mu}$

6. $w = \sqrt{\mu}$ என்ற கோண வேகமுடைய SHM கொண்ட பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி $x =$ ————.

(அ) $a\cos\sqrt{\mu}\,t$ (ஆ) $w\cos\sqrt{\mu}\,t$

(இ) $a\sin\sqrt{\mu}\,t$ (ஈ) $b\sin\sqrt{\mu}\,t$

If the angular velocity of a particle in SHM is $w = \sqrt{\mu}$, then the displacement of the particle $x =$ ————.

(a) $a\cos\sqrt{\mu}\,t$ (b) $w\cos\sqrt{\mu}\,t$

(c) $a\sin\sqrt{\mu}\,t$ (d) $b\sin\sqrt{\mu}\,t$

7. 'a' ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் சுற்றும் பொருள் P யின் விளைவு வேகத்தின் எண் மதிப்பு ————.

(அ) $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ (ஆ) $\sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2}$

(இ) $\sqrt{r^2 + \dot{\theta}^2}$ (ஈ) ஏதுமில்லை

Suppose the particle P is describing a circle of radius 'a' the magnitude of the resultant velocity of $P =$ ————.

(a) $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ (b) $\sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2}$

(c) $\sqrt{r^2 + \dot{\theta}^2}$ (d) None

8. மைய ஒழுக்கின் வகை கெழுச் சமன்பாடு ———— ஆகும்.

(அ) $u + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{P}{h^2u^2}$ (ஆ) $u^2 + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{P}{hu}$

(இ) $u^2 + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{1}{h}$ (ஈ) ஏதும் இல்லை

Differential equation of the central orbit is ————.

(a) $u + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{P}{h^2u^2}$ (b) $u^2 + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{P}{hu}$

(c) $u^2 + \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{1}{h}$ (d) None

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

9. நிலைத்த ஓர் அச்சைப் பொறுத்து, m திண்மமுடைய சுழலும் கட்டிறுக்கப் பொருளின் இயக்க ஆற்றல் ————————.

(அ) $\frac{1}{4}mr^2w^2$ (ஆ) $\frac{1}{2}mrw^2$

(இ) $\frac{1}{2}mr^2w^2$ (ஈ) ஏதுமில்லை

The kinetic energy of a rigid body of mass m rotating about a fixed axis is ————————.

(a) $\frac{1}{4}mr^2w^2$ (b) $\frac{1}{2}mrw^2$

(c) $\frac{1}{2}mr^2w^2$ (d) None

10. m நிறையுடைய v வேகத்தில் நகரும் பொருளின் இயக்க ஆற்றல் ————————.

(அ) $\frac{1}{2}mv$ (ஆ) $\frac{1}{2}m^2$

(இ) $\frac{1}{2}mv^2$ (ஈ) $\frac{1}{4}mv^2$

The kinetic energy of a particle of mass m moving with a velocity v is ————————.

(a) $\frac{1}{2}mv$ (b) $\frac{1}{2}m^2$

(c) $\frac{1}{2}mv^2$ (d) $\frac{1}{4}mv^2$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) கிடைமட்ட தளத்திற்கு மேல் உள்ள எந்த ஒரு எறி போக்கும் அதன் மீப்பெரு உயரத்தைப் போல் 4 மடங்கு உள்ள மீப்பெரு உயரத்தை அடையும் என நிறுவுக.

Prove that in any trajectory over a horizontal plane, the horizontal range is a maximum when it is equal to four times the greatest height.

Or

(ஆ) ஒரு துகளால் அடையப் பெறும் பெரும உயரம் எறிபுள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் ஒரு கிடைத்தளத்தின் மேல் உள்ள வீச்சின் கால் பாகத்திற்கு சமமானால், எறிகோணத்தைக் கணக்கிடுக.

If the greatest height attained by the particle is a quarter of its range in the horizontal plane through the point of projection, find the angle of projection.

12. (அ) O என்ற புள்ளியிலிருந்து 'θ' மின்சக்தி கெழு உடைய கோளம் α கோணத்தில் v வேகத்தில் எறியப்பட்டு d தூரத்தில் உள்ள வழவழப்பான செங்குத்தான சுவரில் பட்டு மீண்டும் O என்ற புள்ளிக்கு திரும்பினால், $d = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}\left(\frac{e}{1+e}\right)$ எனக் காட்டுக.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

A elastic sphere is projected from a given point O with a given velocity v at an inclination α to the horizontal and after hitting a smooth vertical wall at a distance d from O returns to O. Prove that $d = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}\left(\frac{e}{1+e}\right)$ where e is the coefficient of restitution.

Or

(ஆ) வழக்கமான எடுகோள்களுடன் சாய்வான மோதலுக்குப் பின் இரு வழவழப்பான கோளங்களின் இயக்கத்தைக் காண்க.

After the oblique impact of two smooth spheres, determine their motion, with usual assumptions.

13. (அ) ஒரு முனையிலிருந்து அடுத்த முனைக்குச் செல்லும் வழியில் தனித்த சீரிசை இயக்கத்தில் நகரும் ஊசலாடலின் அடுத்தடுத்த மூன்று வினாடிகளில் உள்ள தூரங்கள் மையத்திலிருந்து முறையே x_1, x_2, x_3 எனில் ஒரு ஊசலாடலுக்கான கால அளவு $\dfrac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\dfrac{x_1 + x_3}{2x_3}\right)}$ என நிரூபி.

A particle is moving with SHM and while making an oscillation from one extreme position to the other, its distance from the centre of oscillation at 3 consecutive seconds are x_1, x_2, x_3. Prove that period of oscillation is $\dfrac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\dfrac{x_1 + x_3}{2x_3}\right)}$.

Or

(ஆ) ஒரு கிடைமட்ட அலமாரி செங்குத்தாக சாமானிய சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ளது. அதன் கால அளவு 1 வினாடி. அதன் மேல் உள்ள பொருட்கள் அப்படியே இருக்கும் படிக்கான, மீப்பெரு வீச்சுத் தூரத்தை சென்டி மீட்டரில் காண்க.

A horizontal self moves vertically with SHM whose complete period in one second. Find the greatest amplitude in centimeters, it can have, so that the object resting on the self may always remain in contact.

14. (அ) மைய விசைப் பாதையின் வகைகெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Derive the differential equation of central orbits.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) நிலைத்த புள்ளி O விலிருந்து நகரும் புள்ளி P யின் பாதையில் கிடைமட்ட மற்றும் அதற்கு செங்குத்தான திசை வேகங்கள் முறையே u மற்றும் v மாறிலிகள் எனில் அதன் நியமப் பாதை O வை மையமாகவும் u/v மையத் தொலைவு தகவு உடைய கூம்புவெட்டி எனக் காட்டுக.

Show that the path of a point P which possesses two constant velocities u and v, the first of which is perpendicular to the radius OP drawn from a fixed point O, is a conic whose focus is O and whose eccentricity is u/v.

15. (அ) கிடைமட்டத்திலிருந்து α கோணத்தில் உள்ள கரடுமுரடான தளத்தில் m திண்மமுள்ள கோளம் உருண்டு வந்தால், அதன் முடுக்கத்தைக் காண்க.

A solid sphere of mass m rolls down a rough plane inclined to the horizontal at angle α. Find its acceleration.

Or

(ஆ) சாய்ந்த கரடுமுரடான தளத்தில் வழுக்காமல் உருண்டு வரும் வட்டவடிவ உருளையின் முடுக்கத்தைக் காண்க.

Find the acceleration of a solid circular cylinder rolling down a rough inclined plane without sliding.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) முக்கோணத்தின் அடிப்பகுதி கிடைமட்டப் பகுதியாக இருக்கும் படியாக, அதன் ஒரு முனையிலிருந்து எறியப்படும் பொருள் மறுமுனையில் உள்ள புள்ளியை அடைகின்றது. அதன் அடிக் கோணங்கள் மற்றும் எறிகோணம் α எனில் $\tan\alpha = \tan A + \tan B$ எனக் காட்டு.

A particle is thrown over a triangle from one end of a horizontal base and grazing the vertex falls on the other end of the base. If A, B are the base angles and α the angle of projection, show that $\tan\alpha = \tan A + \tan B$.

Or

(ஆ) u வேகத்தில் α கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருள், சாய்வுக் கோணம் β உள்ள சாய்ந்த தளத்தை செங்குத்தாக தாக்குகின்றது எனில் (i) $\cot\beta = 2\tan(\alpha-\beta)$ மற்றும் (ii) $\cot\beta = \tan\alpha - 2\tan\beta$ என நிரூபி.

A particle is projected at an angle α with a velocity u and it strives up an inclined plane of inclination β at right angles to the plane. Prove that (i) $\cot\beta = 2\tan(\alpha-\beta)$ (ii) $\cot\beta = \tan\alpha - 2\tan\beta$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

17. (அ) h உயரத்தில் இருந்து நிலைத்த கிடைமட்ட தளத்தில் ஒரு பொருள் விழுகின்றது. e என்பது மீள்சக்தி கெழு எனில், மீண்டும் மோதுவதற்கு முன்பாக அதுகடக்கும் தூரம் $h\left(\frac{1+e^2}{1-e^2}\right)$ எனக் காட்டு.

அதற்குரிய முழு நேரம் $\frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ எனக் காட்டு.

A particle falls from a height h upon a fixed horizontal plane. If e is the coefficient of restitution, show that the whole distance described before the particle has finished rebounding is $h\left(\frac{1+e^2}{1-e^2}\right)$. Show also that the whole time taken is $\frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Or

(ஆ) ஓர் பந்து தன்னை விட m மடங்கு நிறை உடைய பந்தை முந்தும் போது, மற்றதன் வேகத்தைப் போல் $\frac{1}{n}$ மடங்கு வேகத்தில் அதே திசையில் மோதி, இரண்டாவது பந்தை அசைவற்ற தன்மையாக்கிவிடுகின்றது எனில் மீள்சக்திக் கெழு $e=\frac{m+n}{m(n-1)}$ என நிரூபி.

A ball overtakes another ball of m times of its mass, which is moving with $\frac{1}{n}$th of its velocity in the same direction. If the impact reduces the first ball to rest, prove that coefficient of elasticity is $\frac{m+n}{m(n-1)}$.

18. (அ) நகரும் ஓர் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி $x = a\cos wt + b\sin wt$, அதன் இயக்கம் ஓர் SHM எனக் காட்டு. மேலும் $a=3$, $b=4$, $w=2$ எனில் அதன் காலம், மீப்பெரு வேகம் மற்றும் மீப்பெரு முடுக்கம் காண்க.

If the displacement of a moving point at any time be given by $x = a\cos wt + b\sin wt$, show that the motion is a SHM. If $a=3$, $b=4$, $w=2$ determine the period, amplitude, maximum velocity and maximum acceleration of the motion.

Or

(ஆ) நேர்கோட்டில் நகரும் ஓர் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி $X = a\cos nt + b\sin nt$ எனில் அதன் இயக்கம் ஓர் தனித்த சீரிசை இயக்கம் எனவும், அதன் மட்டு $\sqrt{a^2+b^2}$ மற்றும் காலம் $\frac{2\pi}{n}$ எனவும் காட்டு.

The displacement X of a particle moving along a straight line is given by $X = a\cos nt + b\sin nt$. Show that the motion is SHM with amplitude $\sqrt{a^2+b^2}$ and period $\frac{2\pi}{n}$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

19. (அ) நிலைத்த ஆதியைப் பொறுத்து நகரும் பொருளின் ஆரத்திசை மற்றும் அதற்கு செங்குத்தான திசையில் வேகங்கள் λr^2 மற்றும் $\mu\theta^2$. இங்கு λ, μ மாறிலிகள் எனில், துகளின் பாதையின் சமன்பாடு $\frac{\lambda}{\theta}+C=\frac{\mu}{2r^2}$ என நிரூபி (C ஓர் மாறிலி).

The velocities of a particle along and perpendicular to a radius vetor from a fixed origin are λr^2 and $\mu\theta^2$ where μ and λ are constants. Show that the equation to the path of the particle is $\frac{\lambda}{\theta}+C=\frac{\mu}{2r^2}$, where C is a constant?

Or

(ஆ) ஒரு முனையில் இறுக்கப்பட்ட வழவழப்பான ஒல்லியான குழாய் நகர்ந்து, செங்குத்தான தளத்தில் w என்ற சீரான கோண வேகத்தைக் கொடுக்கின்றது. பூஜ்ஜிய காலத்தில் குழாய் செங்குத்தாக உள்ளது. மேல் உள்ள நிலைத்த முனையிலிருந்து 'a' தூரத்தில் குழாயினுள் வைக்கப்பட்ட பொருள் குழாயுடன் சேர்ந்து v வேகத்தில் நகர்கின்றது எனில் t நேரத்தில்குழாயின் இடப்பெயர்ச்சி $a\cosh wt+\left(\frac{v}{w}-\frac{g}{2w^2}\right)\sinh wt+\frac{g}{2w^2}\sin wt$ எனக் காட்டு.

Smooth straight thin tube resolves with uniform angular velocity w in a vertical plane about one extremity which is fixed. If at zero time the tube be horizontal and a particle inside it be at a distance 'a' from the fixed end and be moving with velocity v along the tube, show that the distance at time t is, $a\cosh wt+\left(\frac{v}{w}-\frac{g}{2w^2}\right)\sinh wt+\frac{g}{2w^2}\sin wt$.

20. (அ) '2a' நீளமுள்ள சீரான இரும்புத் துண்டு ஒரு முனையைப் பொருத்து இருபுறமும் மிக எளிதாக நகரும், செங்குத்து நிலையில் அத்துண்டு கீழே விழுந்தால், முதல் செங்குத்து நிலையில் அதன் கோண வேகம் $\sqrt{\frac{3g}{2a}}$ எனக் காட்டு. நகராது செங்குத்து நிலையில் உள்ள அந்த துண்டுக்கு எந்த கோணவேகம் கொடுத்தால், ஓர் முழு சுற்று சுற்றும்?

A uniform rod of length '2a' can turn freely about one end. If it is let fall from a vertical position, show that its angular velocity when it is first vertical is $\sqrt{\frac{3g}{2a}}$. If it hangs vertically and be at rest, what angular velocity must be communicated to it may just make a complete revolution?

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam