

(ஆ) $f(x) = |x|$ -ன் ஃபூரியர் வரிவை $-\pi \leq x \leq \pi$ -ல் காண்க.

Find the Fourier expansion of $f(x) = |x|$ in $-\pi \leq x \leq \pi$.

Reg. No. :

Code No. : 21140

Sub. Code : JAMA 21/
SAMA 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2018.

Second/Fourth Semester

Mathematics – Allied

VECTOR CALCULUS AND FOURIER SERIES

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $\vec{v}(t)$ என்ற வெக்டாரின் எண்ணை மாறிலி எனில்,

(அ) $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$

(ஆ) $\frac{d\vec{v}}{dt} \perp r\vec{v}$

(இ) (அ) அல்லது (ஆ) (ஈ) இவையேதுமில்லை



If $\vec{v}(t)$ is a vector which is constant in magnitude, then

- (a) $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ (b) $\frac{d\vec{v}}{dt} \perp r\vec{v}$
 (c) (a) or (b) (d) none of these

2. $\vec{a}$ ஒரு மாறிலி வெக்டார் எனில் $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r}) =$ _____.

- (அ) $\vec{a}$ (ஆ) a
 (இ) 0 (ஈ) $\vec{0}$

If $\vec{a}$ is a constant vector $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r}) =$ _____.

- (a) $\vec{a}$ (b) a
 (c) 0 (d) $\vec{0}$

3. $\phi(x, y, z) = c$ ன் செங்குத்து வெக்டார் _____.

- (அ) $\nabla \cdot \phi$ (ஆ) $\nabla \phi$
 (இ) $\nabla \times \phi$ (ஈ) $\nabla^2 \phi$

The normal vector to the surface $\phi(x, y, z) = c$ is _____.

- (a) $\nabla \cdot \phi$ (b) $\nabla \phi$
 (c) $\nabla \times \phi$ (d) $\nabla^2 \phi$

4. $\vec{f}$ என்ற வெக்டார் பாய்வற்றது எனில் _____.

- (அ) $\nabla \times \vec{f} = 0$ (ஆ) $\nabla \times \vec{f} = \vec{0}$
 (இ) $\nabla \cdot \vec{f} = \vec{0}$ (ஈ) $\nabla \cdot \vec{f} = 0$

A vector $\vec{f}$ is solenoidal if _____.

- (a) $\nabla \times \vec{f} = 0$ (b) $\nabla \times \vec{f} = \vec{0}$
 (c) $\nabla \cdot \vec{f} = \vec{0}$ (d) $\nabla \cdot \vec{f} = 0$

5. Laplace செயலி $\nabla^2 =$ _____.

- (அ) $\nabla \nabla$ (ஆ) $\nabla \cdot \nabla$
 (இ) $\nabla \times \nabla$ (ஈ) இவையேதுமில்லை

The Laplacian operates $\nabla^2 =$ _____.

- (a) $\nabla \nabla$ (b) $\nabla \cdot \nabla$
 (c) $\nabla \times \nabla$ (d) none of these

6. $\text{curl}(\text{curl}) \vec{f} =$ _____.

- (அ) 0 (ஆ) $\nabla^2 \vec{f}$
 (இ) 3 (ஈ) இவையேதுமில்லை

$\text{curl}(\text{curl}) \vec{f} =$ _____.

- (a) 0 (b) $\nabla^2 \vec{f}$
 (c) 3 (d) none of these



7. $y = 0$, $d(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ -ல் $\text{grad} \phi =$ _____

(அ) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ (ஆ) 0

(இ) 3 (ஈ) $z^3 \vec{j}$

When $y = 0$, $d(x, y, z) = xy^2 + yz^3$,
 $\text{grad} \phi =$ _____

(a) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ (b) 0

(c) 3 (d) $z^3 \vec{j}$

8. பின்வருபவற்றில் எது ஒற்றைச் சார்பு?

(அ) $x^3 \sin 2x$ (ஆ) $\cos 2x$

(இ) $\sin 2x \cos 3x$ (ஈ) $\sin 2x + \cos 3x$

Which one of the following is an odd function?

(a) $x^3 \sin 2x$ (b) $\cos 2x$

(c) $\sin 2x \cos 3x$ (d) $\sin 2x + \cos 3x$

9. n ஒரு முழு எண் எனில் $\sin(n\pi) =$ _____.

(அ) 0 (ஆ) +1

(இ) (-1) (ஈ) $(-1)^n$

If n is an integer, $\sin(n\pi) =$ _____.

(a) 0 (b) +1

(c) (-1) (d) $(-1)^n$

Page 4 Code No. : 21140

10. $(-\pi, \pi)$ இல் $f(x) = |x|$ -ன் Fourier குணகம் $a_5 =$ _____.

(அ) +1 (ஆ) -1

(இ) $\frac{\pi^5}{5}$ (ஈ) 0

The Fourier coefficient a_5 for $f(x) = |x|$ in $(-\pi, \pi)$ is _____.

(a) +1 (b) -1

(c) $\frac{\pi^5}{5}$ (d) 0

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) $(2, -1, 1)$ என்ற புள்ளியில் $\phi = xy^2 + yz^3$ க்கு $\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ திசையில் திடையிடப்பட்ட வகைக்கெழு காண்க.

Obtain the directional derivative of $\phi = xy^2 + yz^3$ at the point $(2, -1, 1)$ in the direction of $\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

Or

Page 5 Code No. : 21140



(ஆ) $(1, -1, 2)$ என்ற புள்ளியில் $x^2 - y^2 + z = 2$ என்ற பரப்பிற்கு தரல்கு செங்குத்து வெக்டார் காண்க.

Find the unit normal vector to the surface $x^2 - y^2 + z = 2$ at the point $(1, -1, 2)$.

12. (அ) $I = \int_0^{49} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} xy \, dy \, dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate : $I = \int_0^{49} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} xy \, dy \, dx$.

Or

(ஆ) $I = \int_0^a \int_0^x \int_0^y xyz \, dz \, dy \, dx$ -ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $I = \int_0^a \int_0^x \int_0^y xyz \, dz \, dy \, dx$.

13. (அ) கோட்டுத் தொகை மற்றும் புறப்பரப்புத் தொகை ஆகியவற்றை வரையறு.

Define line integrals and the surface integrals.

Or

(ஆ) C என்பது $(0, 0)$ மற்றும் $(1, 1)$ ஐ இணைக்கும் வளைவரை $y = x^2$ எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ஐ மதிப்பிடுக.

$$\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}.$$

Evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$ and C is the curve $y = x^2$ joining $(0, 0)$ and $(1, 1)$.

14. (அ) கிரீன் தேற்றம், காஸ் பாய்வுத் தேற்றம் ஆகியவற்றைக் கூறுக.

State Green's theorem and the Gauss divergence theorem.

Or

(ஆ) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ எனில் $\int_C \vec{r} \cdot d\vec{r}$ ஸ்டோக்ஸ்

தேற்றம் மூலம் மதிப்பிடுக.

By using Stokes theorem evaluate $\int_C \vec{r} \cdot d\vec{r}$

where $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.



15. (அ) இரட்டைச் சார்பு மற்றும் ஒற்றைச் சார்பு ஆகியவற்றை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

Define an even function and an odd function with an example for each.

Or

- (ஆ) ஃபூரியர் தொடர், சைன் தொடர், கொசைன் தொடர் ஆகியவற்றை வரையறு.

Define a Fourier series, sine series and cosine series.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) (i) $\nabla \phi = (y^2 - 2xyz^3) \vec{i} + (3 + 2xy - x^2z^3) \vec{j} + (6z^3 - 3x^2yz^2) \vec{k}$

- (ii) $\nabla \phi = (2x + 3y + 4xy^2) \vec{i} + (3x + 3y^2 + 4x^2y + z + 1) \vec{j} + (y + 2) \vec{k}$
எனில் ϕ -ஐக் காண்க.

Find ϕ if

- (i) $\nabla \phi = (y^2 - 2xyz^3) \vec{i} + (3 + 2xy - x^2z^3) \vec{j} + (6z^3 - 3x^2yz^2) \vec{k}$
(ii) $\nabla \phi = (2x + 3y + 4xy^2) \vec{i} + (3x + 3y^2 + 4x^2y + z + 1) \vec{j} + (y + 2) \vec{k}$

Or

Page 8 Code No. : 21140

- (ஆ) $\nabla \cdot (\vec{f} \times \vec{g})$ மற்றும் $\nabla \times (\vec{f} \times \vec{g})$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

Find $\nabla \cdot (\vec{f} \times \vec{g})$ and $\nabla \times (\vec{f} \times \vec{g})$.

17. (அ) D என்பது $x = y^2$, $x = 2 - y$, $y = 0$ மற்றும் $y = 1$ ஆகிய வளைவரைகளால் அடைவுபட்ட பகுதி எனில் $I = \iint_D xy dy dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $I = \iint_D xy dy dx$ where D is the origin bounded by $x = y^2$, $x = 2 - y$, $y = 0$ and $y = 1$.

Or

- (ஆ) D என்பது $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத் திண்மத்தின் மிகை எண் பகுதி எனில் $I = \iiint_D xyz dx dy dz$ மதிப்பிடுக.

Evaluate $I = \iiint_D xyz dx dy dz$ where D is the positive octant of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Page 9 Code No. : 21140



18. (அ) $\vec{f} = (2y+3)\vec{i} + x^2\vec{j} + (y^2-x)\vec{k}$, எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ஐ பின்வரும் பாதைகள் C வழியாக மதிப்பிடுக.

- (i) $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ இருந்து $t = 0$ முதல் 1.
(ii) $(0, 0, 0)$ மற்றும் $(2, 1, 1)$ ஆகியவற்றை இணைக்கும் நேர்கோடு.

If $\vec{f} = (2y+3)\vec{i} + x^2\vec{j} + (y^2-x)\vec{k}$, evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ along the following paths C .

- (i) $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ from $t = 0$ to 1.
(ii) the straight line joining $(0, 0, 0)$ and $(2, 1, 1)$

Or

(ஆ) $\vec{f} = y^2\vec{i} + y\vec{j} - x^2\vec{k}$ மற்றும் S என்ற $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ என்ற கோணத்தின் மேல் அரைப்பகுதி எனில் $\iint_S (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{n} ds$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iint_S (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{n} ds$ where

$\vec{f} = y^2\vec{i} + y\vec{j} - x^2\vec{k}$ and S is the upper half of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$.

Page 10 Code No. : 21140

19. (அ) $\vec{f} = y\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$ க்கு $x^2 + y^2 = a^2, z = 0, z = b$ என்ற உருளையின் S பகுதியில் காஸ் பாய்வுத் தேற்றத்தைச் சரிபார்.

Verify Gauss divergence theorem for $\vec{f} = y\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$ for the cylindrical region S given by $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$ and $z = b$.

Or

(ஆ) C என்பது $x^2 + y^2 = 1, z = y^2$ என்ற வளைவரை எனில் $\int_C (yzdx + zxdy + xydz)$ ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\int_C (yzdx + zxdy + xydz)$ whose C is the curve $x^2 + y^2 = 1, z = y^2$.

20. (அ) $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$ -ன் ஃபூரியர் விரிவு காண்க.

Find the Fourier expansion of $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$.

Or

Page 11 Code No. : 21140

