

20. (அ) மதிப்புக் காண்க $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$.

Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}\right]$.

Or

(ஆ) லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க
 $\frac{dx}{dt} + y = \sin t$, $\frac{dy}{dt} + x = \cos t$, $x(0) = 2$,
 $y(0) = 0$.

Using Laplace transform solve,
 $\frac{dx}{dt} + y = \sin t$, $\frac{dy}{dt} + x = \cos t$, $x(0) = 2$,
 $y(0) = 0$.

Reg. No. :

Code No. : 20832

Sub. Code : GAMA 11

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
 NOVEMBER 2014.

First Semester

Mathematics — Allied

ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $x^3 + 2x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\alpha\beta\gamma$ ன் மதிப்பு

(அ) 0

(ஆ) 2

(இ) 6

(ஈ) -6

If α, β, γ are the roots of $x^3 + 2x - 6 = 0$ then the value of $\alpha\beta\gamma$ is ———

(a) 0

(b) 2

(c) 6

(d) -6



2. a, b, c என்பன $x^3 + px^2 + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளாயின் $ab + bc + ca$ -யின் மதிப்பு

(அ) $-p$ (ஆ) 0
(இ) $-r$ (ஈ) r

If a, b, c are the roots of $x^3 + px^2 + r = 0$ then the value of $ab + bc + ca$ is

(a) $-p$ (b) 0
(c) $-r$ (d) r

3. $x^4 - 10x^3 + 23x^2 - 6x - 15 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை -2 உயர்த்தி கிடைக்கும் தலைகீழ் சமன்பாடு

(அ) $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$
(ஆ) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 1 = 0$
(இ) $x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 6x - 1 = 0$
(ஈ) $x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 6x - 1 = 0$

The equation $x^4 - 10x^3 + 23x^2 - 6x - 15 = 0$ will be transformed by increasing the roots by -2 into the reciprocal equation

(a) $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$
(b) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 1 = 0$
(c) $x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 6x - 1 = 0$
(d) $x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 6x - 1 = 0$

4. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1, 1, 2$ எனில் $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ ன் மூலங்கள்

(அ) $-1, 1, 2$ (ஆ) $0, 2, 3$
(இ) $1, -1, -2$ (ஈ) $1, 1, 4$

If $-1, 1, 2$ are the roots of $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ then the roots of $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ are

(a) $-1, 1, 2$ (b) $0, 2, 3$
(c) $1, -1, -2$ (d) $1, 1, 4$

5. A சமச்சீர் அணி எனில்

(அ) $A^T = A$ (ஆ) $A^T = -A$
(இ) $A^{-T} = A$ (ஈ) $A^{-T} = -A$

If A is a symmetric matrix then

(a) $A^T = A$ (b) $A^T = -A$
(c) $A^{-T} = A$ (d) $A^{-T} = -A$

6. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு மூலங்களின்

கூடுதல்

(அ) 7 (ஆ) 8
(இ) 9 (ஈ) 10



The sum of the eigen values of $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ is

- (a) 7 (b) 8
(c) 9 (d) 10

7. $\frac{dx}{x} = \frac{dp}{p}$ எனில்

- (அ) $p = cx$ (ஆ) $c = px$
(இ) $p^2 = cx^2$ (ஈ) $p^2 = cx$

If $\frac{dx}{x} = \frac{dp}{p}$ then

- (a) $p = cx$ (b) $c = px$
(c) $p^2 = cx^2$ (d) $p^2 = cx$

8. பின்வருவனவற்றில் எது கிளைராட்சின் சமன்பாடு

- (அ) $y^2 = 2xc + c^3$ (ஆ) $y = (x - a)p - p^2$
(இ) $xp^2 - 2yp + x = 0$ (ஈ) $x^2 = (1 + p^2)$

Which of the following is a Clairaut's equation

- (a) $y^2 = 2xc + c^3$ (b) $y = (x - a)p - p^2$
(c) $xp^2 - 2yp + x = 0$ (d) $x^2 = (1 + p^2)$

9. $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+3)^2 + 25}\right]$ ன் மதிப்பு _____

- (அ) $\frac{1}{5}e^{-5x} \sin 5x$ (ஆ) $\frac{1}{5}e^{-3x} \sin 5x$
(இ) $\frac{1}{3}e^{-5x} \sin 3x$ (ஈ) $\frac{1}{3}e^{-3x} \sin 5x$

The values of $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+3)^2 + 25}\right] =$ _____

- (a) $\frac{1}{5}e^{-5x} \sin 5x$ (b) $\frac{1}{5}e^{-3x} \sin 5x$
(c) $\frac{1}{3}e^{-5x} \sin 3x$ (d) $\frac{1}{3}e^{-3x} \sin 5x$

10. $L(t^2) =$ _____

- (அ) $\frac{1}{s}$ (ஆ) $\frac{1}{s^2}$
(இ) $\frac{2}{s^3}$ (ஈ) $\frac{2}{s}$

$L(t^2) =$ _____

- (a) $\frac{1}{s}$ (b) $\frac{1}{s^2}$
(c) $\frac{2}{s^3}$ (d) $\frac{2}{s}$



PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) $-2 + i\sqrt{7}$ ஒரு மூலம் எனில்,
 $x^4 + 2x^2 - 16x + 77 = 0$ ஐ தீர்க்க.

Solve $x^4 + 2x^2 - 16x + 77 = 0$ given that one root is $-2 + i\sqrt{7}$.

Or

- (ஆ) $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ எனில்
 $\sum \left(\frac{\beta + \gamma + \delta - \alpha}{2\alpha^2} \right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ find the value of $\sum \left(\frac{\beta + \gamma + \delta - \alpha}{2\alpha^2} \right)$.

12. (அ) $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 4x - 3 = 0$ ன் மூலங்களை 3 ஆல் குறைக்க கிடைக்கும் சமன்பாடு காண்க.

Diminish the roots of $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 4x - 3 = 0$ by 3.

Or

Page 6 Code No. : 20832

- (ஆ) $x^4 - 3x + 1$ என்ற சமன்பாட்டின் 1க்கும் 2க்கும் இடையேயான மூலத்தின் மதிப்பை இரு தசம இட திருத்தமாக காண்க.

Find correct to places of decimals the root of the equation $x^4 - 3x + 1$ that lies between 1 and 2.

13. (அ) $A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின்

சிறப்பியல்பு சமன்பாடு காண்க.

Find the characteristic equation of the matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Or

- (ஆ) ஒரு சதுர அணி A என்பது எதிர்ச் சீரணி $\Leftrightarrow A = -A^T$ காண்க.

Prove that a square matrix A is skew symmetric iff $A = -A^T$.

Page 7 Code No. : 20832



14. (அ) தீர்க்க: $x^2(y - px) = yp^2$.

Solve $x^2(y - px) = yp^2$.

Or

(ஆ) தீர்க்க: $z^4q^2 - z^2p = 1$.

Solve: $z^4q^2 - z^2p = 1$.

15. (அ) மதிப்பு காண்க $L\left(\frac{\sin at}{t}\right)$.

Find $L\left(\frac{\sin at}{t}\right)$.

Or

(ஆ) மதிப்பு காண்க $L^{-1}\left[\frac{s}{(s^2 - 1)^2}\right]$.

Find $L^{-1}\left[\frac{s}{(s^2 - 1)^2}\right]$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) தீர்க்க:

$f(x) = 2x^5 - 15x^4 + 37x^3 - 37x^2 + 15x - 2 = 0$.

Solve:

$f(x) = 2x^5 - 15x^4 + 37x^3 - 37x^2 + 15x - 2 = 0$.

Or

(ஆ) $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $\Sigma \alpha^2$

(ii) $\Sigma \alpha^2 \beta \gamma$

(iii) $\Sigma \alpha^2 \beta^2$

(iv) $\Sigma \alpha^2 \beta$

(v) $\Sigma \alpha^4$.

If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ be the roots of the biquadratic equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$, find

(i) $\Sigma \alpha^2$

(ii) $\Sigma \alpha^2 \beta \gamma$

(iii) $\Sigma \alpha^2 \beta^2$

(iv) $\Sigma \alpha^2 \beta$

(v) $\Sigma \alpha^4$.



17. (அ) $x^3 - x - 3 = 0$ ன் மிகை மூலங்களை இரு தசம இட திருத்தமாகக் காண்க.

Find the positive root of $x^3 - x - 3 = 0$ correct to two places of decimals.

Or

- (ஆ) நியூட்டனின் முறையைப் பயன்படுத்தி மூலங்களைக் காண்க

- (i) $x^3 - 2x - 2 = 0$ (1.5க்கு அருகாமையில்)
(ii) $x^3 - 2x - 5 = 0$ (2க்கும் 3க்கும் இடையிலான மதிப்பை இருதசம இட திருத்தமாக).

Using Newton's method find the root of the equation

- (i) $x^3 - 2x - 2 = 0$ which is nearer to 1.5
(ii) $x^3 - 2x - 5 = 0$ which lies between 2 and 3 correct to 2 places of decimals.

18. (அ) சதுர அணி A அதன் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்யும் என நிறுவுக.

Prove that any square matrix A satisfies its characteristic equation.

Or

- (ஆ) $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு மூலங்கள் மற்றும் சிறப்பியல்பு வெக்டர்களைக் காண்க.

Find the eigen values and the eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

19. (அ) தீர்க்க :

$$p^2 + \left(x + y - \frac{2y}{x}\right)p + xy + \frac{y^2}{x^2} - y - \frac{y^2}{x} = 0$$

Solve :

$$p^2 + \left(x + y - \frac{2y}{x}\right)p + xy + \frac{y^2}{x^2} - y - \frac{y^2}{x} = 0.$$

Or

- (ஆ) தீர்க்க : $(px - y)(py + x) = a^2 p$

$$\text{Solve : } (px - y)(py + x) = a^2 p.$$

