(ஆ) இணை உட்குலத்தை வரையறுக்க. A என்பது G எனும் உட்குலத்தின் பலமதிப்புகள் இயல்உட்குலம் எனில் A_g ஆனது G இன் இயல் உட்குலம் என நிறுவுக.

Define conjugate subgroup. If A is a fuzzy normal subgroup of G, then prove that A_g is a normal subgroup of G.

Reg. No. : ....

Code No. : 30132 **Sub. Code : R 3 MA 5 C/ B 3 MA 5 C**

B.Sc.(CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2013.

Fifth Semester

Mathematics — Main

Elective — Paper X – FUZZY ALGEBRA

(For those who joined in July 2008 to 2011)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. μ என்பது X இன் பலமதிப்புகள் கணம் எனில் அதன் உயரமானது

(அ) Sup $\inf_{x\in X} \mu(x)$ (ஆ) $\inf_{x\in X} \mu(x)$

(இ) $\sup_{x\in X} \mu(x)$ (ஈ) $\min_{x\in X} \mu(x)$

If μ is a fuzzy set on X then the height of μ is

(a) Sup $\inf_{x \in X} \mu(x)$ (b) $\inf_{x \in X} \mu(x)$

(c) $\sup_{x \in X} \mu(x)$ (d) $\min_{x \in X} \mu(x)$

2. $\mu : N \to [0,1]$ என்பது $\mu(x) = 1, \forall x$ என்று வரையறுக்கப்பட்டால் $h(\mu)$ =

(அ) 0 (ஆ) $\frac{1}{2}$

(இ) 1 (ஈ) ∞

If $\mu : N \to [0,1]$ is defined as $\mu(x) = 1, \forall x$ then $h(\mu)$ =

(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$

(c) 1 (d) ∞

3. $A(x) = \frac{1}{2x}, B(x) = \frac{1}{4x}$ ஆகியவை N இன் பல மதிப்புகள் கணம் எனில் $(A \cup B)(x) =$

(அ) $2x$ (ஆ) $4x$

(இ) $6x$ (ஈ) $\frac{1}{2x}$

If A,B are fuzzy sets on N defined as $A(x) = \frac{1}{2x}, B(x) = \frac{1}{4x}$ then $(A \cup B)(x) =$

(a) $2x$ (b) $4x$

(c) $6x$ (d) $\frac{1}{2x}$

4. $\{A_\alpha / \alpha \in I\}$ என்பது பல மதிப்புகள் கணங்களின் தொகுப்பு எனில் $\left[\underset{\alpha \in I}{U} A_\alpha\right](x) =$

(அ) $Sup\{A_\alpha(x) / \alpha \in I\}$

(ஆ) $\inf\{A_\alpha(x) / \alpha \in I\}$

(இ) $\max\{A_{\alpha 1}(x), A_{\alpha 2}(x) / \alpha_1, \alpha_2 \in I\}$

(ஈ) $Sup\{A_\alpha{}^e(x) / \alpha \in I\}$

If $\{A_\alpha / \alpha \in I\}$ is a collection of fuzzy sets then $\left[\underset{\alpha \in I}{U} A_\alpha\right](x) =$

(a) $Sup\{A_\alpha(x) / \alpha \in I\}$

(b) $\inf\{A_\alpha(x) / \alpha \in I\}$

(c) $\max\{A_{\alpha 1}(x), A_{\alpha 2}(x) / \alpha_1, \alpha_2 \in I\}$

(d) $Sup\{A_\alpha{}^e(x) / \alpha \in I\}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

5. $A : N \to [0,1]$ ல் $A(n) = \frac{1}{n}$ ஆகும். $(AUA)(n) =$ ________.

(அ) $\frac{2}{n}$ (ஆ) 0

(இ) $\frac{1}{n}$ (ஈ) எதுவுமில்லை

If $A : N \to [0,1]$ is defined as $A(n) = \frac{1}{n}$ then $(AUA)(n) =$ ________.

(a) $\frac{2}{n}$ (b) 0

(c) $\frac{1}{n}$ (d) None of these

6. $\alpha +^{A(x)} =$

(அ) $\begin{cases} \alpha, A(x) > \alpha \\ 0, A(x) \le \alpha \end{cases}$ (ஆ) $\begin{cases} \alpha, A(x) > \alpha \\ 1, A(x) \le \alpha \end{cases}$

(இ) $\begin{cases} \alpha, A(x) < \alpha \\ 0, A(x) \ge \alpha \end{cases}$ (ஈ) $\begin{cases} 1, A(x) > \alpha \\ \alpha, A(x) \le \alpha \end{cases}$

$\alpha +^{A(x)} =$

(a) $\begin{cases} \alpha, A(x) > \alpha \\ 0, A(x) \le \alpha \end{cases}$ (b) $\begin{cases} \alpha, A(x) > \alpha \\ 1, A(x) \le \alpha \end{cases}$

(c) $\begin{cases} \alpha, A(x) < \alpha \\ 0, A(x) \ge \alpha \end{cases}$ (d) $\begin{cases} 1, A(x) > \alpha \\ \alpha, A(x) \le \alpha \end{cases}$

7. R எனும் X இன் பலமதிப்புகள் உறவு கடத்தும் பண்புடையது எனில்

(அ) $R(x,y) \le \max_{y\in x} \min\{R(x,y), R(y,z)\}$

(ஆ) $R(x,z) \ge \max_{y\in x} \min\{R(x,y), R(y,z)\}$

(இ) $\max_{y\in x} \min\{R(x,y), R(y,z)\} = 1$

(ஈ) $R(x,y) = \{R(x,y) + R(y,z)\}$

If the fuzzy relation R on X is transitive, then

(a) $R(x,y) \le \max_{y\in x} \min\{R(x,y), R(y,z)\}$

(b) $R(x,z) \ge \max_{y\in x} \min\{R(x,y), R(y,z)\}$

(c) $\max_{y\in x} \min\{R(x,y), R(y,z)\} = 1$

(d) $R(x,y) = \{R(x,y) + R(y,z)\}$

8. R^{-1} என்பது R இன் நேர்மாறு உறவு எனில் $R^{-1}(y,x) =$

(அ) $R(y,x)$ (ஆ) $R(x,y)$

(இ) $\max_{y\in x} R(y,x)$ (ஈ) $\max_{x\in y} R(y,x)$

R^{-1} is the inverse of R then $R^{-1}(y,x) =$

(a) $R(y,x)$ (b) $R(x,y)$

(c) $\max_{y\in x} R(y,x)$ (d) $\max_{x\in y} R(y,x)$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

9. A என்பது (G, o) இன் பல மதிப்புகள் உட்குலம் எனில் $A_g, g \in G$

(அ) G இன் பல மதிப்புகள் உட்குலமே

(ஆ) G இன் பல மதிப்புகள் உட்குலம் அன்று

(இ) G இன் பல மதிப்புகள் இயல் உட்குலமே

(ஈ) G இன் பல மதிப்புகள் கணம் அன்று

If A is a fuzzy subgroup of (G, o) then $A_g, g \in G$ is

(a) a fuzzy subgroup of G always

(b) not a fuzzy subgroup of G

(c) always a fuzzy normal subgroup

(d) not even a fuzzy set on G

10. A என்பது G என்ற குலத்தின் உட்குலம் எனில் எது சரி?

(அ) $A(x) > A(e)$ எல்லா x க்கும்

(ஆ) $A(x) = A(e)$ எல்லா x க்கும்

(இ) $A(x) \leq A(e)$ எல்லா x க்கும்

(ஈ) எதுவும் இல்லை

If A is a fuzzy subgroup of a group G, which is true?

(a) $A(x) > A(e) \forall x \in G$

(b) $A(x) = A(e) \forall x \in G$

(c) $A(x) \leq A(e) \forall x \in G$

(d) None of these

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) இயல், குறையியல் பல மதிப்புகள் கணங்களை வரையறுத்து எடுத்துக் காட்டுகள் தருக.

Define and give examples for normal and subnormal fuzzy sets.

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்டவற்றை வரையறுக்க

(i) $\alpha -$ வெட்டு

(ii) வலுவான $\alpha -$ வெட்டு

(iii) மட்டக் கணம்

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

Define the following.

(i) $\alpha-$ cut

(ii) Strong $\alpha-$cut

(iii) Level set

12\. (அ) டீ மார்கன் விதிகளைக் கூறி நிறுவுக.

State and Prove De Morgan Laws, for finite case.

Or

(ஆ) பின்வருவனவற்றை நிறுவுக

(i) $A\cup B=B\cup A$

(ii) $A\cap B=B\cap A$

(iii) $(A^C)^C=A$.

Prove the following.

(i) $A\cup B=B\cup A$

(ii) $A\cap B=B\cap A$

(iii) $(A^C)^C=A$.

13\. (அ) A, B என்பன X இன் பல மதிப்புகள் கணங்கள் மற்றும் $\alpha\in[0,1]$ எனில்,

(i) $^{\alpha}(A\cup B)={}^{\alpha}A\cup{}^{\alpha}B$

(ii) $^{\alpha}(A\cap B)={}^{\alpha}A\cap{}^{\alpha}B$ என நிறுவுக.

If A, B are fuzzy sets on X and $\alpha\in[0,1]$, prove that

(i) $^{\alpha}(A\cup B)={}^{\alpha}A\cup{}^{\alpha}B$

(ii) $^{\alpha}(A\cap B)={}^{\alpha}A\cap{}^{\alpha}B$

Or

(ஆ) $^{\alpha}A^C=[^{\alpha}A]^c$ என்பது சரியா? ஆதாரத்துடன் நிறுவுக.

Is the equality $^{\alpha}A^C=[^{\alpha}A]^c$ true? Justify your answer.

14\. (அ) R ஒரு தடை சமச்சீர் உறவு எனில் R^{-1} ஒரு தடை சமச்சீர் உறவு என நிறுவுக.

If R is an anti symmetric relation, prove that R^{-1} is also an anti symmetric relation.

Or

(ஆ) $a,b\in[0,1]$ எனில் $^{i}\min^{(a,b)}\le i(a,b)\le\min(a,b)$ என நிறுவுக.

For all $a,b\in[0,1]$, Prove that $^{i}\min^{(a,b)}\le i(a,b)\le\min(a,b)$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

15. (அ) F என்பது G எனும் குலத்தின் அனைத்து பலமதிப்புகள் கணங்களின் தொகுப்பு என்க. இணை எனும் உறவு F இன் சமமான உறவு என நிறுவுக.

F be the collection of all fuzzy sets on a group G. Prove that conjugate is an equivalence relation on F.

Or

(ஆ) பல மதிப்புகள் இயல் உட்குலத்தை வரையறுக்க. ஒரு அபீலியன் குலத்தின் பல மதிப்புகள் உட்குலம் ஒவ்வொன்றும் ஒரு பலமதிப்புகள் இயல்குலம் என நிறுவுக.

Define fuzzy normal subgroup and prove that every fuzzy subgroup of an abelian groups is fuzzy normal.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) A என்பது X இன் பல மதிப்புகள் கணம் எனில் $h(A) = Sup\{\alpha / \alpha_A \neq \phi\}$ என நிறுவுக.

If A is a fuzzy set on X, prove that $h(A) = Sup\{\alpha / \alpha_A \neq \phi\}$.

Or

(ஆ) $A = \frac{.1}{3} + \frac{.2}{4} + \frac{.3}{5} + \frac{.4}{6} + \frac{.6}{7} + \frac{.8}{8} + \frac{1}{10} + \frac{.8}{12} + \frac{.6}{14}$ எனில் அனைத்து α–வெட்டு, வலுவான α–வெட்டுகளைக் காண்க.

If $A = \frac{.1}{3} + \frac{.2}{4} + \frac{.3}{5} + \frac{.4}{6} + \frac{.6}{7} + \frac{.8}{8} + \frac{1}{10} + \frac{.8}{12} + \frac{.6}{14}$

Find all α - cuts and strong α - cuts.

17. (அ) $X = \{1,2,3,4,5\}, A, B, C : X \to [0,1]$,

$A(x) = \frac{x}{10}, B(x) = \frac{x}{5}, C(x) = \frac{x}{x+1}$ என்க.

$AU(B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ என்பதைச் சோதித்துக் காட்டுக.

Let $X = \{1,2,3,4,5\}, A, B, C : X \to [0,1]$ be defined as $A(x) = \frac{x}{10}, B(x) = \frac{x}{5}$ and $C(x) = \frac{x}{x+1}$. Verify that $AU(B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ and $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Or

(ஆ) பல்மதிப்புக் கணங்களில் சேர்ப்பு வெட்டின்மீது பரிமாற்றம் உள்ளது என நிறுவுக.

In case of fuzzy sets prove that fuzzy union is distributive over fuzzy intersection.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

18. (அ) $\{A_i / i \in I\}$ என்பது X இன் பலமதிப்புக் கணங்களின் தொகுப்பு எனில் $U^{\alpha} A_i \subset {}^{\alpha}[UA_i]$ என நிறுவுக. சமமல்ல என எடுத்துக்காட்டுடன் நிறுவுக.

If $\{A_i / i \in I\}$ is a family of fuzzy sets on X, Prove that $U^{\alpha} A_i \subset {}^{\alpha}[UA_i]$. Prove by an example that equality does not hold.

Or

(ஆ) A, B என்பன X இன் பல மதிப்புகள் கணங்கள் மற்றும் $\alpha \in [0,1]$ எனில்

(i) $A \subset B \Rightarrow \alpha_A \subset \alpha_B$

(ii) $A \subset B \Rightarrow \alpha +_A \subset \alpha +_B$ என நிறுவுக.

If A, B are fuzzy sets on X and $\alpha \in [0,1]$ prove that

(i) $A \subset B \Rightarrow \alpha_A \subset \alpha_B$

(ii) $A \subset B \Rightarrow \alpha +_A \subset \alpha +_B$

19. (அ) R என்பது Xஇன் பலமதிப்புகள் சமமான உறவு எனில் R^{-1} ஒரு பலமதிப்புகள் சமான உறவு என நிறுவுக.

If R is a fuzzy equivalence relation on X, prove that R^{-1} is a fuzzy equivalence relation.

Or

(ஆ) Xஇன் பலமதிப்புகள் சமான உறவு தனது மதிப்புகளை $\{0,1\}$இல் மட்டுமே எடுத்தால் அது சாதாரண (இரு மதிப்புகள்) சமான உறவு என நிறுவுக.

If a fuzzy equivalence relation R on X takes values only in $\{0,1\}$ then prove that R is a crisp equivalence relation.

20. (அ) A என்பது G எனும் குலத்தின் வெற்றற்ற கணம் என்க. A ஆனது G இன் உட்குலம் $\Leftrightarrow$ ψ_A ஆனது G இன் பலமதிப்புகள் உட்குலம் என நிறுவுக.

Let A be a nonempty subset of a group G. Prove that A is a subgroup of G if and only if ψ_A is a fuzzy subgroup of G.

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam