

19. (அ) காஸ் சோதனையை எழுதி நிரூபி.

State and prove Gauss test.

Or

(ஆ) கும்மரின் சோதனையை எழுதி நிரூபி.

State and prove Kummer's test.

20. (அ) லெபிநிட்ஸ் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Leibnitz's test.

Or

(ஆ) மெர்டனின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove Merten's theorem.

Reg. No. :

Code No. : 21127

Sub. Code : JMMA 31/
JMMC 31

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2017.

Third Semester

Mathematics/Maths With CA — Main

REAL ANALYSIS — I

(For those who joined in July 2016 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. மிகை முழு எண்கள் $1, 2, 3, \dots$ -ஐ கொண்ட Z^+ என்ற கணம் —————.

(அ) வரம்பிற்கு மேற்பட்டது

(ஆ) எல்லையற்றதற்கு மேற்பட்டது

(இ) வரம்பிற்கு கீழானது

(ஈ) எல்லையற்றதுக்கு கீழானது



The set Z^+ of positive integers $1, 2, 3, \dots$ is

- (a) bounded above (b) unbounded above
(c) bounded below (d) unbounded below

2. a மற்றும் b மெய்யெண்கள் எனில் $|a + b| \geq$

- (அ) $|a| + |b|$ (ஆ) $|a| - |b|$
(இ) $|b| - |a|$ (ஈ) $||a| - |b||$

If a and b are real then $|a + b| \geq$

- (a) $|a| + |b|$ (b) $|a| - |b|$
(c) $|b| - |a|$ (d) $||a| - |b||$

3. $(1 + (-1)^n)$ என்ற தொடரின் வீச்சானது

- (அ) $\{0, 1, 2, \dots\}$ (ஆ) $\{0, 1\}$
(இ) $\{-\infty, \infty\}$ (ஈ) $\{0, 2\}$

The range of the sequence $(1 + (-1)^n)$ is

- (a) $\{0, 1, 2, \dots\}$ (b) $\{0, 1\}$
(c) $\{-\infty, \infty\}$ (d) $\{0, 2\}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^3 + 2} \right) =$

- (அ) 0 (ஆ) $1/2$
(இ) 1 (ஈ) ∞

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^3 + 2} \right) =$

- (a) 0 (b) $1/2$
(c) 1 (d) ∞

5. பின்வருவனவற்றுள் எது காஷி தொடர்?

- (அ) $\left(\frac{1}{n}\right)$ (ஆ) (n)
(இ) $((-1)^n)$ (ஈ) (n^2)

Which of the following is a cauchy sequence?

- (a) $\left(\frac{1}{n}\right)$ (b) (n)
(c) $((-1)^n)$ (d) (n^2)

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5}{2^n} =$

- (அ) e (ஆ) 0
(இ) $e/2$ (ஈ) ∞



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5}{2^n} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- (a) e (b) 0
(c) $e/2$ (d) ∞

7. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ என்ற கூட்டுத்தொடர் S -ல் குவியும் எனில்

- (அ) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = S$ (ஆ) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
(இ) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ (ஈ) ஏதுமில்லை

If $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges to S then .

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = S$ (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ (d) none

8. $a_n = \frac{n!}{n^n}$ எனில் $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (அ) 1 (ஆ) e
(இ) 0 (ஈ) $1/e$

If $a_n = \frac{n!}{n^n}$ then $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (a) 1 (b) e
(c) 0 (d) $1/e$

9. $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{7.8} + \dots$ என்ற தொடர்

- (அ) குவியும் (ஆ) விரியும்
(இ) ஊசலாகும் (ஈ) ∞ -ல் விரியும்

The series $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{7.8} + \dots$

- (a) converges (b) diverges
(c) oscillates (d) diverges to ∞

10. ஈருறுப்பு தொடரின் குவிதலுக்கான ஆரம் R ஆனது

- (அ) 0 (ஆ) ∞
(இ) 1 (ஈ) < 1

For the binomial series, the radius of convergence R is .

- (a) 0 (b) ∞
(c) 1 (d) < 1



SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) a மற்றும் b மெய்யெண்களை கொண்டு அனைத்து $\epsilon > 0$ க்கும் $a \leq b + \epsilon$ எனில் $a \leq b$ என நிறுவுக.

If a and b are real numbers such that $a \leq b + \epsilon$ for every $\epsilon > 0$ then prove that $a \leq b$.

Or

- (ஆ) முக்கோண சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove triangle inequality.

12. (அ) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$ என நிறுவுக.

Prove that $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$.

Or

- (ஆ) $(a_n) \rightarrow \infty$ மற்றும் $(b_n) \rightarrow \infty$ எனில் $(a_n + b_n) \rightarrow \infty$ என நிறுவுக.

If $(a_n) \rightarrow \infty$ and $(b_n) \rightarrow \infty$ then prove that $(a_n + b_n) \rightarrow \infty$.

13. (அ) $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ எனில் (a_n) ∞ -ல் விரியும் எனக் காட்டு.

If $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$. Show that (a_n) diverges to ∞ .

Or

- (ஆ) குவிதலுக்கான காவியின் பொதுக் கொள்கையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's general principle of convergence.

14. (அ) ஒப்பீட்டு சோதனையை எழுதி நிரூபி.

State and prove Comparison test.

Or

- (ஆ) $\sum \frac{n^3 + a}{2^n + a}$ என்ற கூட்டுத்தொடரின் குவியும் தன்மையை ஆராய்க.

Test the convergence of $\sum \frac{n^3 + a}{2^n + a}$.



15. (அ) $\sum \frac{(-1)^n}{n^p}$ என்ற கூட்டுத்தொடரின் குவியும் தன்மையை ஆராய்க.

Test for convergence of the series $\sum \frac{(-1)^n}{n^p}$.

Or

- (ஆ) அடுக்குத் தொடருக்கான குவிதலின் ஆரத்தைக் காண்க.

Find the radius of convergence for the exponential series.

SECTION C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ எனில் e ஒரு விகிதமுறா எண் நிறுவுக.

If $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ then prove that the number e is irrational.

Or

- (ஆ) காஷி-ஸ்குவார்ஷ் சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.

State and prove Cauchy-Schwarz inequality.

Page 8 Code No. : 21127

17. (அ) எந்தவொரு தொடரும் இரு வெவ்வேறு எல்லைகளில் குவியாது என நிறுவுக.

Prove that a sequence cannot converge to two different limits.

Or

- (ஆ) அனைத்து n -க்கும் $(a_n) \rightarrow a$ மற்றும் $a_n \neq 0$

மேலும் $a \neq 0$ எனில் $\left(\frac{1}{a_n}\right) \rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)$ என நிறுவுக.

If $(a_n) \rightarrow a$ and $a_n \neq 0$ for all n and $a \neq 0$

then prove that $\left(\frac{1}{a_n}\right) \rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)$.

18. (அ) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ என்ற தொடர் குவியும் எனக் காட்டுக.

Show that the sequence $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ converges.

Or

- (ஆ) காஷியின் இரண்டாம் எல்லை தேற்றத்தினை கூறி நிறுவுக.

State and prove Cauchy's second limit theorem.

Page 9 Code No. : 21127

