Reg. No. : ....

Code No. : 30150 **Sub. Code : GMMA 31/ GMMC 31**

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2013.

Third Semester

Mathematics – Main

Paper V — SEQUENCES SERIES AND TRIGONOMETRY

(For those who joined in July 2012 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $< 2^n >$ என்ற தொடர் ————————

(அ) வரம்புடையது

(ஆ) வரம்பற்றது

(இ) அலைவி

(ஈ) ஏதுமில்லை

The sequence $< 2^n >$ is

(a) Bounded

(b) Unbounded

(c) Oscillatory

(d) None

2. $\lim_{n \to \infty} n^{1/n} =$ ——————

(அ) 0 (ஆ) ∞

(இ) 1 (ஈ) $\infty^{1/\infty}$

$\lim_{n \to \infty} n^{1/n} =$ ——————

(a) 0 (b) ∞

(c) 1 (d) $\infty^{1/\infty}$

3. <2, –2, 2, –2, ...> என்ற தொடர் ——————

(அ) வரம்புடையது (ஆ) வரம்பற்றது

(இ) அலைவி (ஈ) ஏதுமில்லை

The sequence <2, –2, 2, –2, ...> is

(a) Bounded (b) Unbounded

(c) Convergent (d) None

4. $< 1 + \frac{(-1)^n}{n} >$ என்ற தொடர் ——————

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) அலைவி (ஈ) ஏதுமில்லை

The sequence $< 1 + \frac{(-1)^n}{n} >$ is

(a) Convergent (b) Divergent

(c) Oscillatory (d) None

5. $\sum \frac{1}{n(\log n)^p}$ என்ற தொடர் —————— ல் விரியும்

(அ) $p > 1$ (ஆ) $p \leq 1$

(இ) $p < 1$ (ஈ) $p = 1$

The series $\sum \frac{1}{n(\log n)^p}$ is divergent if

(a) $p > 1$ (b) $p \leq 1$

(c) $p < 1$ (d) $p = 1$

6. $1 + r + r^2 + r^3 + \ldots$ என்ற தொடர் —————— ல் அலை இயற்றி

(அ) $r < 1$ (ஆ) $r > 1$

(இ) $r = 1$ (ஈ) $r = -1$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

The series $1+r+r^2+r^3+\dots$ is oscillatory if ________

(a) $r<1$ (b) $r>1$

(c) $r=1$ (d) $r=-1$

7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ என்ற தொடர் ________

(அ) ஒருங்கும் (ஆ) விரியும்

(இ) அலைவி (ஈ) ஏதுமில்லை

The series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ is

(a) Convergent (b) Divergent

(c) Oscillatory (d) None

8. $\sum\frac{x^n}{n}$ என்ற தொடர் ________ல் ஒருங்கும்

(அ) $x>1$ (ஆ) $x\geq1$

(இ) $x\leq1$ (ஈ) $x\geq4$

The series $\sum\frac{x^n}{n}$ is convergent if

(a) $x>1$ (b) $x\geq1$

(c) $x\leq1$ (d) $x\geq4$

9. $Cosh2x =$ ________

(அ) $1+\sin h^2x$ (ஆ) $1+2\sin h^2x$

(இ) $1-\sin h^2x$ (ஈ) 0

$Cosh2x =$ ________

(a) $1+\sin h^2x$ (b) $1+2\sin h^2x$

(c) $1-\sin h^2x$ (d) 0

10. $Coshx =$ ________

(அ) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

(ஆ) $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

(இ) $\frac{e^x+e^{-x}}{2a}$

(ஈ) 1

$Coshx =$ ________

(a) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

(b) $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

(c) $\frac{e^x+e^{-x}}{2a}$

(d) 1

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) ஒவ்வொரு ஒருங்கும் தொடரும் வரம்புடையது என நிறுவுக.

Prove that every covergent sequence is bounded.

Or

(ஆ) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}} = 0$ என நிறுவுக.

Prove that $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}} = 0$.

12. (அ) $f_n \geq 0 \forall n \in N$ மற்றும் $\lim f_n = l$ எனில் $l \geq 0$ என நிறுவுக.

If $f_n \geq 0 \forall n \in N$ and $\lim f_n = l$, then prove that $l \geq 0$.

Or

(ஆ) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(1 + 2^{1/2} + 3^{1/3} + \ldots + n^{1/n}\right) = 1$ என நிறுவுக.

Prove that $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(1 + 2^{1/2} + 3^{1/3} + \ldots + n^{1/n}\right) = 1$.

13. (அ) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)$ என்ற தொடர் ஒருங்காது என நிறுவுக.

Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)$ is not convergent.

Or

(ஆ) $\sum_{n=1}^{\infty} (\log n)/n$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} (\log n)/n$.

14. (அ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$.

Or

(ஆ) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{2^n + 5}$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{2^n + 5}$

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

15. (அ) $\tanh 2x = \frac{2\tanh x}{1+\tanh^2 x}$ என நிறுவுக.

Prove that $\tanh 2x = \frac{2\tanh x}{1+\tanh^2 x}$

Or

(ஆ) $Log_{(-3)}(-2)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Find the general value of $Log_{(-3)}(-2)$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $|r|<1$ எனில் $<r^n>$ என்ற தொடர் பூஜ்ஜியத்திற்கு ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Show that the sequence $<r^n>$ converges to 0 if $|r|<1$.

Or

(ஆ) $<3^n>$ என்ற தொடர் $+\infty$ -ல் விரியும் என நிறுவுக.

Show that the sequence $<3^n>$ diverges to $+\infty$.

17. (அ) $<f_n>$ and $<g_n>$ என்ற இரண்டு ஒருங்கும் தொடர்கள் எனில் $f_n \le g_n \forall n \in N \Rightarrow Lim f_n \le \lim g_n$ என காண்க.

If $<f_n>$ and $<g_n>$ be two convergent sequences, then $f_n \le g_n \forall n \in N \Rightarrow Lim f_n \le \lim g_n$.

Or

(ஆ) $<\frac{1}{n}>$ என்ற தொடர் cauchy தொடர் என நிறுவுக.

Prove that the sequence $<\frac{1}{n}>$ is a cauchy sequence.

18. (அ) (i) $\sum \frac{1}{n^2+a^2}$

(ii) $\sum \sqrt{\left(\frac{n}{n^4+2}\right)}$

என்ற தொடர்களின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Examine for convergence

(i) $\sum \frac{1}{n^2+a^2}$

(ii) $\sum \sqrt{\left(\frac{n}{n^4+2}\right)}$

Or

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam

(ஆ) (i) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2$

என்ற தொடர்களின் ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

Test the convergence

(i) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2$

19. (அ) Abel's தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

State and prove Abel's theorem.

Or

(ஆ) ஒவ்வொரு அறஒருங்கும் தொடர் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Prove that every absolutely convergent series is convergent.

20. (அ) $\tan A = \tan\alpha \tanh\beta, \tan B = \cot\alpha \tanh\beta$ எனில் $\tan(A+B) = \sinh 2\beta \operatorname{cosec} 2\alpha$ என நிறுவுக.

Prove that $\tan(A+B) = \sinh 2\beta \operatorname{cosec} 2\alpha$ if $\tan A = \tan\alpha \tanh\beta, \tan B = \cot\alpha \tanh\beta$.

Or

(ஆ) $\cosh(a+ib)\cos(c+id) = 1$ எனில் $\tanh a \tan b - \tan c \tanh d = 0$ என நிறுவுக.

Prove that $\tanh a \tan b - \tan c \tanh d = 0$ if $\cosh(a+ib)\cos(c+id) = 1$.

Nesamony Memorial Christian College, Marthandam