

Reg. No. :

Code No. : 20831

Sub. Code : GMMA 64/
GMMC 64

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2015.

Sixth Semester

Mathematics — Main

GRAPH THEORY

(For those who joined in July 2012 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $\sum_i \deg v_i = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) $2q$

(B) $2pq$

(C) q

(D) p

$\sum_i \deg v_i = \underline{\hspace{2cm}}$.

(a) $2q$

(b) $2pq$

(c) q

(d) p



2. நிகழ்வு அணி $b_{ij} =$ _____.

(அ) $\begin{cases} 0 & v_i \text{ யின் நிகழ்வு } x_j \\ 1 & \text{இல்லையெனில்} \end{cases}$

(ஆ) $\begin{cases} 1 & v_i \text{ யின் நிகழ்வு } x_j \\ 0 & \text{இல்லையெனில்} \end{cases}$

(இ) 1

(ஈ) 0

Incidence matrix $b_{ij} =$ _____.

(a) $\begin{cases} 0 & \text{if } v_i \text{ is incident with } x_j \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 1 & \text{if } v_i \text{ is incident with } x_j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

(c) 1

(d) 0

3. $P = (7,6,5,4,3,2,1)$ என்ற பகிர்வு _____.

(அ) கிரஃபிக் (ஆ) கிரஃபிக் அல்ல

(இ) பகிர்வு அல்ல (ஈ) ஏதுமில்லை

The partition $P = (7,6,5,4,3,2,1)$ is _____.

(a) graphic (b) not graphic

(c) not partition (d) none

4. G என்பது தொடர் வரைபடம் அல்ல எனில் $\overline{G}$ என்பது _____.

(அ) தொடர் வரைபடம் அல்ல

(ஆ) தொடர் வரைபடம்

(இ) நடை

(ஈ) ஏதுமில்லை

If G is not connected then $\overline{G}$ is _____.

(a) Not connected (b) Connected

(c) Walk (d) None

5. ஒவ்வொரு கெமல்டோனியன் வரைபடமும் _____.

(அ) தொடர் வரைபடம்

(ஆ) 2- தொடர் வரைபடம்

(இ) சுற்று

(ஈ) ஏதுமில்லை

Every Hamiltonian graph is _____.

(a) Connected (b) 2-Connected

(c) Cycle (d) None

6. G -யின் ஏதேனும் இரு புள்ளிகள் ஒரே ஒரு பாதையால் மட்டுமே இணைக்கப்படும் எனில் தொடர் வரைபடம் G ஒரு _____.

(அ) சுற்று

(ஆ) பாதை

(இ) மரம்

(ஈ) நடை



Every two points of G are joined by a unique path. If G is connected then G is _____.

- (a) Cycle (b) Path
(c) Tree (d) Walk

7. K_5 என்பது _____.

- (அ) சமதள வரைபடம்
(ஆ) சமதள அல்லாத வரைபடம்
(இ) $K_{5,5}$
(ஈ) ஏதுமில்லை

K_5 is _____.

- (a) Planar (b) Non planar
(c) $K_{5,5}$ (d) None

8. $|V| - |E| + |F| =$ _____.

- (அ) 1 (ஆ) 2
(இ) 3 (ஈ) ஏதுமில்லை

$|V| - |E| + |F| =$ _____.

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) None

9. $f(K_1, \lambda)$ ன் மதிப்பு _____.

- (அ) λ (ஆ) λ^2
(இ) 0 (ஈ) k

The value of $f(K_1, \lambda)$ is _____.

- (a) λ (b) λ^2
(c) 0 (d) k

10. $f(G, \lambda)$ -வில் λ^{p-1} -யின் குணகம் _____.

- (அ) q (ஆ) $-q$
(இ) p (ஈ) $-p$

The coefficient of λ^{p-1} in $f(G, \lambda)$ is _____.

- (a) q (b) $-q$
(c) p (d) $-p$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) வரையறு.

- (i) வரைபடம் G
(ii) முழுமையான வரைபடம் G .

Define

- (i) Graph G
(ii) Complete graph G .

Or



(ஆ) பொதுவான வழக்கப்படி $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$ என நிறுவுக.

Prove that $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

12. (அ) வரைபடம் G -ல் $u-v$ என்ற எந்த ஒரு நடையிலும் $u-v$ என்ற ஒரு பாதை உண்டு என நிறுவுக.

Prove that in a graph G every $u-v$ walk contains $u-v$ path.

Or

- (ஆ) 7 நுணிகள் கொண்ட 3-தொடர் கொண்ட வரைபடம் அமையாது என நிறுவுக.

Prove that there is no 3-connected graph with 7 edges.

13. (அ) G ஆனது ஒவ்வொரு முனையின் படியும் குறைந்த பட்சம் இரண்டு ஆக உள்ள வரைபடம் எனில் அதில் ஒரு சுற்று இருக்கும் என நிறுவுக.

In a graph G . Prove that the degree of every vertex is atleast two then G contains a cycle.

Or

- (ஆ) புளூரியின் படிமுறையை விளக்குக.

Explain the Fleury's algorithm.

14. (அ) G என்பது சமதள (p, q) வரைபடம் அதில் r என்பது முகங்கள் மற்றும் k என்பது G ன் துண்டுகள் எனில் $p - q + r = k + 1$ என நிறுவுக.

Prove that $p - q + r = k + 1$ if G is a plane (p, q) graph with r faces and k components.

Or

- (ஆ) $K_{3,3}$ என்பது சமதள வரைபடம் அல்ல என நிறுவுக.

Prove that $K_{3,3}$ is not planar.

15. (அ) ஒரு மரத்தில் $n \geq 2$ எனில் $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$ என நிறுவுக.

In a tree, if $n \geq 2$, then prove that $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$.

Or

- (ஆ) வரையறு,

(i) Indegree

(ii) Outdegree

Define

(i) Indegree

(ii) Outdegree.



PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) முக்கோணங்களைப் பெறாத p -புள்ளிகோட்டுருக்களில் அதிகபட்ச கோடுகளின் எண்ணிக்கை $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ என நிறுவுக.

Show that the maximum number of lines among all p -point graphs with no triangles is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$.

Or

- (ஆ) $r(m, n)$ -ஐ வரையறு மேலும் $r(m, n) = r(n, m)$ - நிறுவுக.

Define $r(m, n)$. Prove that $r(m, n) = r(n, m)$

17. (அ) எந்த ஒரு வரைபடம் G யிலும் $k \leq \lambda \leq \delta$ என நிறுவுக.

Prove that for any graph G , $k \leq \lambda \leq \delta$.

Or

- (ஆ) மூடிய நடையுடன் கூடிய வரைபடத்தில் நடையின் நீளம் ஒற்றை எனில் வரைபடம் ஓர் சுற்றினைப் பெரும் என நிறுவுக.

Prove that a closed walk of odd length contains a cycle.

18. (அ) $C(G)$ என்பது நன்கு வரைபறுகப்பட்டது என நிறுவுக.

Prove that $C(G)$ is well defined.

Or

- (ஆ) தொடர்ச்சியான ஓர் வரைபடத்தில் $2n(n \geq 1)$ என்ற ஒற்றை உச்சிகள் உள்ளன, எனில் G -யின் நுணிகளின் கணம் n திறந்த மாதிரிகளாக பிரிக்க இயலும் என நிறுவுக.

Let G be a connected graph with exactly $2n(n \geq 1)$ odd vertices. Then prove that the edge set of G can be partitioned into n open trails.

19. (அ) n -colourable வரைபடம் $(n-1)$ -தொடர்ச்சியானது என நிறுவுக.

Prove that every uniquely n -colourable graph is $(n-1)$ connected.

Or

- (ஆ) $\chi'(K_n) = \begin{cases} n, & n \text{ என்பது ஒற்றை எண் } (n \neq 1) \\ n-1, & n \text{ என்பது இரட்டை எண்} \end{cases}$ நிறுவுக.

Prove that $\chi'(K_n) = \begin{cases} n & \text{if } n \text{ is odd } (n \neq 1) \\ n-1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$

