

19. (அ) கார்டன் முறை மூலம் எவ்வாறு மூலங்களைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்பதை விவரி.

Explain the method of finding the roots of the equation by Cardon's method.

Or

- (ஆ) ஃபெர்ராரி முறையைப் பயன்படுத்தி $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 64x + 40 = 0$ -ஐத் தீர்க்கவும்.

Solve $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 64x + 40 = 0$ by Ferrari's method.

20. (அ) நியூட்டனின் முறையைப் பயன்படுத்தி 1 மற்றும் 2-க்கு இடையே இருக்கும் $x^3 - 3x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலத்தை மூன்று பதின் பகுப்புகள் வரை காண்க.

Contain the root of $x^3 - 3x - 1 = 0$ which lies between 1 and 2 correct to 3 places of decimals.

Or

- (ஆ) ஹார்னரின் முறையைப் பயன்படுத்தி $x^3 - x - 3 = 0$ என்பதன் நேர்மூலத்தை சரியாக இரண்டு பதின் பகுப்புகள் வரை காண்க.

Using Horner's method, find the positive root of $x^3 - x - 3 = 0$ correct to 2 places of decimals.

Reg. No. :

Code No. : 1098

Sub. Code : R 3 MA 12/
R 3 MC 12/ B 3 MA 12/
B 3 MC 12

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2010.

First Semester

Maths — Main

Paper II — ALGEBRA

(Also common to Mathematics with Computer
Application)

(For those who joined in July 2008 and afterwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $f(x)$ என்பது $n > 0$ படி பல்லுறுப்புக் கோவை எனில் $f(x) = 0$ -ற்கு
(அ) தீர்வில்லை
(ஆ) குறைந்தது ஒரு தீர்வு உண்டு
(இ) சரியாக n மெய் தீர்வுகள் உண்டு
(ஈ) அதிகமாக $(n + 1)$ உண்டு

If $f(x)$ is a polynomial of degree $n > 0$, then $f(x) = 0$ has _____.

- (a) no root
- (b) atleast one root
- (c) exactly n real root
- (d) atmost $(n+1)$ roots

2. $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் குறைத்தீர்வு _____, _____ என்ற எண்களுக்கு இடையில் அமையும்.

- (அ) $-5, -3$ (ஆ) $-3, -1$
- (இ) $-2, 0$ (ஈ) $-7, -5$

A negative root of $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$ lies between

- (a) $-5, -3$ (b) $-3, -1$
- (c) $-2, 0$ (d) $-7, -5$

3. $x^3 - 6x^2 + 12x - 18 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை '2' குறைத்தால் கிடைக்கும் சமன்பாடு

- (அ) $x^3 - 1 = 0$ (ஆ) $x^3 = 0$
- (இ) $2x^3 + 1 = 0$ (ஈ) $x^3 + 2x + 1 = 0$

The equation got lay reducing the roots of an equation $x^3 - 6x^2 + 12x - 18 = 0$ by '2' is

- (a) $x^3 - 1 = 0$ (b) $x^3 = 0$
- (c) $2x^3 + 1 = 0$ (d) $x^3 + 2x + 1 = 0$

4. $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரு மெய்த்தீர்வு

- (அ) 1 (ஆ) 2
- (இ) -1 (ஈ) -2

One real root of $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ is

- (a) 1 (b) 2
- (c) -1 (d) -2

5. α, β, γ என்பவை $x^3 + px + q = 0$ -ன் மூலங்கள் எனில் $-\alpha, -\beta, -\gamma$ ஆகியவற்றைக் கொண்ட சமன்பாடு

- (அ) $-x^3 - px + q = 0$
- (ஆ) $x^3 - px - q = 0$
- (இ) $x^3 - px + q = 0$
- (ஈ) $x^3 + px + q = 0$

If α, β, γ are the roots of $x^3 + px + q = 0$ then equation whose roots are $-\alpha, -\beta, -\gamma$ is

- (a) $-x^3 - px + q = 0$
- (b) $x^3 - px - q = 0$
- (c) $x^3 - px + q = 0$
- (d) $x^3 + px + q = 0$

6. $x^4 + x^3 - 15x^2 + 2 = 0$ என்பதன் மூலங்களை குறைக்க வரும் சமன்பாடு

- (அ) $x^4 - 5x^3 - 6x^2 - 23x - 11 = 0$
- (ஆ) $x^4 + 5x^3 - 6x^2 - 23x - 11 = 0$
- (இ) $x^4 + 5x^3 - 6x^2 + 23x - 11 = 0$
- (ஈ) ஏதும் இல்லை

The equation got by decreasing the roots of $x^4 + x^3 - 15x^2 + 2 = 0$ by 1 is

- (a) $x^4 - 5x^3 - 6x^2 - 23x - 11 = 0$
- (b) $x^4 + 5x^3 - 6x^2 - 23x - 11 = 0$
- (c) $x^4 + 5x^3 - 6x^2 + 23x - 11 = 0$
- (d) None

7. $a_0x^3 + 3a_1x^2 + 3a_2x + a_3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் திட்ட வடிவம் $Z^3 + 3HZ + G = 0$, $H =$

- (அ) $a_0a_2 + a_1^2$ (ஆ) $a_1^2 - a_0a_2$
- (இ) $a_0a_2 - a_1^2$ (ஈ) $a_0a_1 - a_2^2$

In the standard form $Z^3 + 3HZ + G = 0$ of the cubic equation $a_0x^3 + 3a_1x^2 + 3a_2x + a_3 = 0$, H is

- (a) $a_0a_2 + a_1^2$ (b) $a_1^2 - a_0a_2$
- (c) $a_0a_2 - a_1^2$ (d) $a_0a_1 - a_2^2$

8. $Z^3 + 3HZ + G = 0$ என்ற திட்ட வடிவ சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய்யாக இருக்க

- (அ) $G^2 + 4H^3 > 0$ (ஆ) $G^2 + 4H^3 = 0$
- (இ) $G^2 + 4H^3 < 0$ (ஈ) ஏதும் இல்லை

The roots of standard cubic equation $Z^3 + 3HZ + G = 0$ are real

- (a) $G^2 + 4H^3 > 0$ (b) $G^2 + 4H^3 = 0$
- (c) $G^2 + 4H^3 < 0$ (d) None

9. ஒரு சமன்பாட்டின் சிக்கல் எண் தீர்வை கீழ்க்கண்ட முறையில்

- (அ) நியூட்டன்
(ஆ) ஹார்னர்
(இ) இரண்டும் மூலமாக
(ஈ) ஏதும் இல்லை

To solve the complex roots of an equation, we use

- (a) Newton's method
(b) Horner's method
(c) Both methods
(d) None

10. $3x^3 - 5x^2 + 7x - 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரே ஒரு மெய் மூலம் இருக்கிறது இக்கூற்று

- (அ) சரியல்ல
(ஆ) சரி
(இ) ஏதும் சொல்வதற்கில்லை
(ஈ) ஏதும் இல்லை

The equation $3x^3 - 5x^2 + 7x - 9 = 0$ has exactly one real root _____. This statement is

- (a) Wrong (b) Correct
(c) Nothing to say (d) None

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $(1 + \sqrt{5})$ என்பது $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் எனில் அதனைத் தீர்க்கவும்.

Solve the equation $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 8 = 0$ given that $(1 + \sqrt{5})$ is a root of it.

Or

(ஆ) $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் கூட்டுத் தொடரில் அமைந்தால் $2q^3 + 27p^2s = 9pqr$ என நிரூபி.

Solve that the roots of the equation $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ are in Arithmetic progression, then prove that $2q^3 + 27p^2s = 9pqr$.

12. (அ) α, β, γ என்பவை $x^3 + px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில் $6(\sum \alpha^5) = (\sum \alpha^3)(\sum \alpha^2)$ என நிறுவுக.

If α, β, γ are the roots of $x^3 + px + q = 0$, then prove that $6(\sum \alpha^5) = (\sum \alpha^3)(\sum \alpha^2)$.

Or

(ஆ) $x^9 - x^5 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரே ஒரு குறை மெய் மூலம் மட்டும் உண்டு என நிறுவுக.

Show that the equation $x^9 - x^5 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ has only one real root which is negative.

13. (அ) α, β, γ என்பவை $x^3 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில், $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு காண்.

If α, β, γ are the roots of $x^3 + qx + r = 0$, then find the equation whose roots are $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$.

Or

(ஆ) α, β, γ என்பவை $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $(1 + \alpha^2)(1 + \beta^2)(1 + \gamma^2)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. Find the value of $(1 + \alpha^2)(1 + \beta^2)(1 + \gamma^2)$.

14. (அ) $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு மூன்று மெய் மூலங்கள் உண்டு என நிரூபி.

Show that $x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$ has three real roots.

Or

(ஆ) $x^3 - 6x - 9 = 0$ -ஐ கார்டன் முறை கொண்டு தீர்.

Solve $x^3 - 6x - 9 = 0$ by Cardon's method.

15. (அ) நியூட்டனின் முறையைப் பயன்படுத்தி $x^4 - 12x + 7 = 0$ -ன் மெய்மூலத்தை ஒரு தசம ஸ்தானத்திற்கு காண்க.

Find the positive root of $x^4 - 12x + 7 = 0$ by Newton's method correct to 1 place of decimal.

Or

(ஆ) நியூட்டனின் முறை மூலம், குறை மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் விதத்தை விவரி.

Explain the method of finding the negative root of equation by Newton's method.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $4x^4 - 4x^3 - 25x^2 + x + 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் இரு மூலங்களின் வித்தியாசம் 1 எனில், மூலங்களைக் காண்க.

Solve : $4x^4 - 4x^3 - 25x^2 + x + 6 = 0$, given that the difference between two of the roots is unity.

Or

- (ஆ) $x^4 + qx^2 + px^3 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களான $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பவை என்று, தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. $\alpha\beta + \gamma\delta = 0$ எனில், அதன் நிபந்தனையைக் காண்க.

Find the condition that four roots $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are connected $\alpha\beta + \gamma\delta = 0$ for the equation $x^4 + qx^2 + px^3 + rx + s = 0$.

17. (அ) டெஸ்கார்ட்ஸ் விதியை விளக்குக. $2x^5 + 7x^3 - 5x^2 + 3x + 7 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் 2 சிக்கல் தீர்வுகள் உள்ளன என நிறுவுக.

Explain Descartes's Rule. Prove that $2x^5 + 7x^3 - 5x^2 + 3x + 7 = 0$ has atleast 2 imaginary roots.

Or

- (ஆ) α, β, γ என்பவை $x^3 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில், $\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}, \frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{\gamma}, \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\gamma}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்க.

If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + qx + r = 0$, form the equation whose roots are $\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}, \frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{\gamma}, \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\gamma}$.

18. (அ) தீர் : $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

Solve : $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

Or

- (ஆ) α, β, γ என்பன $x^3 + qx + r = 0$ எனில் $\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}, \frac{1}{\gamma^2}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்க. $\sum \frac{1}{\alpha^2}$ -ன்

மதிப்பையும் காண்க.

If α, β, γ be the roots of $x^3 + qx + r = 0$, form the equation whose roots are $\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}, \frac{1}{\gamma^2}$.

Also find $\sum \frac{1}{\alpha^2}$.